

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad  
didáctica para la enseñanza del triángulo**

Kellyfer Maritza Díaz Pérez  
María Eugenia Ruíz Escudero

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Riohacha – Colombia

2019

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad  
didáctica para la enseñanza del triángulo**

Kellyfer Maritza Díaz Pérez  
María Eugenia Ruíz Escudero

Línea:

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Dirigida por:

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Riohacha – Colombia

2019

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Firma del Presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Riohacha, 2018

## Dedicatoria

*A Dios, que me permitió realizar este proceso investigativo y a toda mi familia, por su apoyo y motivación constante.*

*Kellyfer Díaz Pérez*

*A mis hijas María Fernanda, Isabel y Alejandra, quienes me apoyaron y alentaron para continuar, cuando parecía que me iba a rendir.*

*A todos los que nos apoyaron para escribir y concluir esta tesis.*

*María Eugenia Ruiz E.*

## **Agradecimientos**

Al Ministerio de Educación Nacional, por brindarnos la oportunidad de cualificarnos a través del programa “Becas para la excelencia docente”; también a la Secretaría de Educación Departamental de La Guajira por su apoyo en todo el proceso de formación.

A nuestros estudiantes de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles, y a la rectora Ayelis Araujo, por permitirnos los espacios para el desarrollo de este proceso investigativo.

A nuestros asesores y maestros del macroproyecto de matemática, por sus enseñanzas y sabias correcciones en el desarrollo de nuestro trabajo investigativo.

A la Universidad Tecnológica de Pereira, por brindarnos el personal más idóneo y calificado, quienes siempre estuvieron dispuestos a dar apoyo y colaboración.

A la Universidad de la Guajira por facilitarnos su infraestructura, lo que permitió que este proceso se desarrollara con éxito.

A nuestros compañeros de maestría por su colaboración, compañía y motivación en este caminar.

Las autoras.

## Tabla de contenido

Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos .....	v
Resumen.....	xi
Abstract .....	xii
Introducción .....	xiii
Capítulo I. Planteamiento del problema.....	16
1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemática.....	17
1.2. Antecedentes .....	18
1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Adolfo Antonio Mindiola Robles .....	21
1.4 Visión retrospectiva de la práctica docente de las investigadoras .....	23
1.4.1 Docente 1.....	25
1.4.2 Docente 2.....	27
1.5 Pregunta de investigación y objetivos.....	30
1.5.1. Objetivo general. ....	30
1.5.2. Objetivos específicos.....	30
Capítulo II. Marco teórico.....	32
2.1 Fundamentación epistemológica, matemática y didáctica del triángulo .....	32
2.2 Práctica docente .....	37
2.2.1 Secuencia didáctica.....	38
2.2.2 Competencia científica. ....	38
2.2.3 Interactividad.....	38
2.3 Metodología de la indagación.....	39
2.4 Unidad didáctica .....	41
2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau.....	42

Capítulo III. Metodología .....	44
3.1 Tipo de investigación.....	44
3.2 Diseño de la investigación .....	44
3.3 Técnica e instrumentos de investigación .....	46
3.3.1. Observación. ....	46
3.3.2. Estudio de caso por autoobservación.....	47
3.3.3. Instrumentos para recolección de datos. ....	47
3.3.4. Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica	49
3.4 Fases de la investigación.....	50
Capítulo IV. Análisis de datos .....	51
4.1 Secuencia didáctica.....	52
4.1.1. Actividad medular. ....	53
4.1.2. Momentos de la clase flexible. ....	61
4.1.3. Orientación explícita de la actividad. ....	67
4.1.4. El docente como guía. ....	75
4.2 Competencia Científica.....	80
4.2.1. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. ....	81
4.2.2. Enseñanza de las competencias disciplinares.....	87
4.3 Interactividad .....	93
4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes. ....	94
4.3.2. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.....	100
Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones .....	106
5.1 Conclusiones .....	106
5.2 Recomendaciones .....	108
Referentes bibliográficos .....	110
Anexos .....	117

## Índice de tablas

Tabla 1 Categorías y subcategorías de la práctica docente .....	48
Tabla 2 Fases y subcategorías de la indagación práctica .....	50
Tabla 3 Secuencia didáctica.....	52
Tabla 4 Actividad medular.....	54
Tabla 5 Momentos de clase flexible .....	62
Tabla 6 Orientación explícita de la actividad .....	68
Tabla 7 El docente como guía.....	75
Tabla 8 Competencia científica .....	81
Tabla 9 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes .....	83
Tabla 10 Enseñanza de las competencias disciplinares .....	88
Tabla 11 Interactividad .....	94
Tabla 12 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes .....	95
Tabla 13 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.....	100



## Índices de imágenes

Imagen 1. Presentación de situaciones problemas.....	56
Imagen 2. Utilización de recursos.....	59
Imagen 3. Solicitud de socialización .....	70
Imagen 4. Orientación del proceso por parte de la docente .....	72
Imagen 5. Uso de preguntas para la socialización de resultados .....	76
Imagen 6. Solicitud de Docente 1 de explicación y uso del lenguaje matemático .....	85
Imagen 7. Solicitud de Docente 2 de explicación y uso del lenguaje matemático. ....	86
Imagen 8. Visión retrospectiva Docente 1.....	90
Imagen 9. Visión retrospectiva Docente 2.....	91

## **Índice de Anexos**

Anexo 1. Instrumentos de recolección de información .....	117
Anexo 2. Matriz para el análisis del instrumento según la indagación práctica .....	120
Anexo 3. Unidad didáctica.....	121

## **Resumen**

El trabajo presenta los resultados de interpretar cómo la metodología de la indagación contribuyó en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles, del municipio de Dibulla – La Guajira, Colombia.

La práctica docente de las autoras se analizó desde las categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad, y de los hallazgos en el diseño e implementación de la unidad didáctica “Enseñanza del triángulo” fundamentada en la metodología de la indagación, la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y los principios didácticos para la enseñanza del objeto matemático en mención.

La metodología fue cualitativa de corte descriptivo-interpretativo, caso múltiple; aplicado en la auto observación de la práctica docente de las autoras, con un diseño en marco de la teoría fundamentada.

La investigación muestra como las autoras reconocieron la necesidad de reflexionar sobre su actuar en el aula y como al apropiarse de la metodología de la indagación, posibilitaron en su práctica docente el desarrollo de situaciones problemas y actividades que llevaron a los estudiantes a asumir un rol activo en las clases. Asimismo, con las sesiones de clase abierta y participativa fomentaron el trabajo cooperativo en la construcción de la definición del triángulo, reconocimiento de algunos de sus elementos y la clasificación según sus lados y ángulos.

Palabras clave: práctica docente, metodología de la indagación, unidad didáctica, clasificación de triángulos.

### **Abstract**

This paper presents the results of interpreting how the methodology of the inquiry contributed to the teaching practice, by implementing a didactic unit for the teaching of the triangle in fifth grade at Adolfo Antonio Mindiola Robles School, from Dibulla town – La Guajira, Colombia.

Teaching Practices of the authors was analyzed from the categories: sequential didactics, scientific competence and interactivity, based on the findings in the design and implementation of the teaching unit "Teaching of the triangle" based on, the methodology of the inquiry, the phases of the investigation practice, the theory of the learning situations of Brousseau and didactic principles for the teaching of mathematical object in reference.

The methodology was qualitative, interpretive descriptive, multiple case; applied in the observation of the teaching practices in the framework of Grounded Theory.

The research sample how the authors recognized the need to reflect on their actions in the classroom and by appropriating the methodology of the inquiry they made possible in their teaching practice the development of problem situations and activities that led the students to assume an active role in the classes, showing interest, attention and cooperative work in the construction of the definition of the triangle, recognition of some of its elements and classification according to its sides and angles.

**Key Words:** Teaching practice, Inquiry methodology, teaching unit, Classification of triangles

## Introducción

El trabajo de investigación “La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo”, surge con el propósito de reflexionar en la práctica docente, en el marco del programa Becas para la excelencia docente del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, quien, en aras de mejorar la calidad educativa, posibilitó la cualificación docente e incentiva la reflexión de los procesos de enseñanza en el aula.

De esta manera, las autoras al iniciar su formación postgraduada, inscritas en el macroproyecto de matemáticas “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática” de la Maestría en Educación de la Universidad Tecnológica de Pereira, consideran la revisión y el análisis de los resultados de las pruebas Saber del área de matemáticas en la básica primaria de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles, encontrando debilidades en el componente geométrico métrico, en el cual se encuentra inmerso el objeto matemático triángulo, y en las competencias comunicación y resolución de problemas.

La investigación consta de cinco capítulos, de los cuales los tres primeros comparten relación con las experiencias investigativas de los demás integrantes del macroproyecto de matemáticas. En el primer capítulo se describe la problemática de enseñar matemática desde posturas tradicionales, sin tener en cuenta las exigencias y necesidades del mundo globalizado, en particular las problemáticas de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles; de igual modo, se explicita la pregunta problema y los objetivos que orientan este proceso.

En el capítulo dos, se referencian los aportes teóricos que permiten el desarrollo de la investigación, enmarcados desde las contribuciones de diversos autores relacionados con los

siguientes ejes temáticos: la epistemología del objeto matemático triángulo, la práctica docente, la metodología de la indagación, unidad didáctica y las situaciones didácticas de Brousseau.

En el capítulo tres, se exponen los elementos metodológicos trazados para el desarrollo de la investigación, como: el tipo, diseño, técnicas, instrumentos y fases de la misma.

En el cuarto capítulo, se muestran los hallazgos encontrados durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto, los cuales permitieron interpretar contribuciones de la metodología de la indagación en la práctica de las docentes investigadoras.

En el capítulo cinco se presentan las conclusiones a partir de la interpretación de las contribuciones de la metodología de la indagación en la práctica docente de las investigadoras, según las categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad; de igual modo, se proponen recomendaciones para futuros procesos de enseñanza y aprendizaje, aplicables a otras áreas del saber.

Finalmente se presentan las referencias bibliográficas y anexos importantes para la comprensión de la investigación.

## Capítulo I. Planteamiento del problema

Las sociedades globalizadas requieren de profesionales íntegros, capaces de vivir y convivir, por lo que la educación se convierte en pilar determinante. En este sentido, se hace necesario que los conocimientos y valores que se aprenden en la escuela sirvan para aplicarlos en la vida cotidiana y en la resolución de todo tipo de problemas. Al respecto Perkins (citado en Flórez, 2017) “menciona que demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida” (p. 19).

Para el caso de la educación matemática, el resolver situaciones aplicando fórmulas, poco ha servido para tomar decisiones en contextos reales. Así mismo, se ha considerado que la enseñanza de la matemática está enmarcada en la transmisión de conocimientos, bajo modelos algorítmicos, repetitivos y centrados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje. Al respecto Salinas (2007) plantea que “los vacíos conceptuales y errores de los docentes en la aprehensión de contenidos matemáticos adquiridos en los primeros años de sus aprendizajes, persisten y son transmitidos en el quehacer pedagógico” (p. 382), lo cual genera un factor muy influyente en la baja calidad de la educación en matemática.

Estas son algunas de las razones por las cuales la práctica docente, como acto científico, ha generado un reto para la investigación educativa, consistente en repensar y transformar las prácticas en las cuales el estudiante sea el centro de la formación y por lo tanto demanda de estrategias en las cuales su rol sea más representativo en su proceso de aprendizaje y para ello se requieren de investigaciones en las cuales lo que sucede en el aula desde el actuar docente, sea el objeto de estudio. Aunque durante varias décadas, la gran mayoría de los estudios se centraron más en el aprendizaje que en la enseñanza, tal como lo manifiesta Céspedes y González (2012) “Las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica docente y su

reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p. 15).

De esa reflexión del quehacer en el aula, surge la necesidad de intervenir los procesos de enseñanza y convertirlos en verdaderas experiencias de aprendizaje.

### **1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemática**

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2011), afirma que en las evaluaciones realizadas a maestros, estos muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico inherente a la propia disciplina que orientan en las aulas, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes, según los bajos desempeños académicos mostrados en pruebas nacionales e internacionales; al respecto, Rico (2007) expresa que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes..., a partir de las cuales realizar una buena planificación” (p. 53).

Asimismo, Sanmartí (2005) manifiesta que,

la presión temporal de “acabar el programa”, que a los profesores suelen imponerles, lleva a que la actuación en el aula sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia, y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación, resultando en una práctica docente con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas. (p. 14)

En marco de estas realidades, la comunidad de docentes que enseñan matemática, necesitan propuestas derivadas de procesos reflexivos sobre las prácticas que circulan en las aulas de clase, sobre la enseñanza y aprendizaje de un saber específico (objeto matemático). De allí la



importancia de consultar investigaciones que han abordado problemáticas relacionadas con la práctica docente en la enseñanza matemática.

## **1.2. Antecedentes**

En este contexto de búsqueda se encontró la investigación: “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?”, de la Universidad de los Andes de Bogotá, realizada por (Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández, 2003), donde se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Es una investigación cualitativa de orientación interpretativa, realizada con docentes de matemática en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá, su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemática.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad, la práctica de algunos profesores que posibilita verlas como innovadoras, es aún incipiente, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales; al contrario se han implementado estrategias intuitivas del profesor y que parecen adecuadas desde la concepción no profundizada ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de las matemáticas por la comodidad y control que esto representa para él.

Es así como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse desde la reflexión consciente con observaciones minuciosas de lo que pasa en el aula, por esto sugieren auto monitorear la práctica del aula (Andrade *et al.*, 2003).

En este sentido un estudio realizado sobre el ejercicio de pensar la práctica de los maestros, realizado por González-Weil, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2009), investigaron: “La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor

secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico”, en marco de los proyectos de investigación e innovación de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile), aproximándose a un enfoque indagatorio bajo la metodología de la teoría fundamentada (Grounded Theory), la cual permitió el desarrollo de un conjunto de conceptos integrados ofreciendo una explicación teórica, detallada y precisa del fenómeno en estudio Strauss y Corbin (citados en González-Weil *et al.*, 2012).

Estudio de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas, el cual permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria, posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones sobre cómo guiar la formación del docente, ya que concluye que su rol es fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza con calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

De igual manera un estudio realizado en la tesis doctoral de Gómez (2007), planteó cuatro preguntas que direccionaron la investigación:

¿qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial? (p. 3)

Esta tesis se implementó la metodología de la indagación, con la cual se pretendió y se propuso explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada.

La investigación contribuyó al avance en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura al igual que a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, identificando aspectos del diseño y desarrollo de la asignatura de matemáticas y de las visiones, experiencias y actuaciones de los futuros docentes, así mismo, se identificaron estadios del desarrollo y variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos, lo cual permitió construir un significado para el desarrollo del conocimiento didáctico, como lo fue la innovación en el diseño de los currículos desde un contexto socio-cultural en la formación de los profesores de didáctica de la matemática.

Lo anterior reafirmado por Gil y Guzmán (1993), quienes dicen que siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área, están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. De allí que los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de las matemáticas han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de

los valores democráticos” (p. 47). En complemento a lo anterior, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998), se considera el área de matemáticas como,

una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. (p. 1)

En este sentido y dentro de un marco normativo nacional, es importante asumir que “la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la alta calidad científica y ética, hacer de la práctica pedagógica parte fundamental de su saber” (Ley 115, 1994, Art.109); por lo tanto la práctica docente y la didáctica de la matemática deben contribuir con la calidad de la educación, y esto se debe hacer evidente en las acciones que se realizan al interior de las aulas, como es el caso de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles, del municipio de Dibulla.

### **1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Adolfo Antonio Mindiola Robles**

Lo que acontece en el aula de clase, tanto desde la enseñanza como desde el aprendizaje matemático, se hace evidente en las pruebas presentadas por los estudiantes tanto a nivel internacional con las de PISA (Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes), y a nivel nacional, con las pruebas Saber; todas miden la calidad de la educación.

Lamentablemente los desempeños arrojados en los estudiantes de Colombia, en el área de matemática, no han sido los más alentadores.

Por ejemplo, en los resultados de las pruebas Saber, presentadas por los estudiantes de la institución educativa rural Adolfo Antonio Mindiola Robles, correspondientes a los últimos dos

años, en el área de matemáticas para los grados tercero y quinto, presentan un promedio general inferior al alcanzado por el ente territorial certificado, La Guajira, y el promedio nacional. Así mismo, el 29.5% de la población estudiantil, presenta desempeño insuficiente, el 46% se ubica en el nivel mínimo, 9% y 16% en los niveles satisfactorio y avanzado respectivamente (MEN, 2018).

En los resultados de las pruebas hubo fortaleza en el componente aleatorio; en contraposición se reflejaron debilidades en los componentes geométrico – métrico, numérico y variacional, y en las competencias de razonamiento, resolución de problemas y comunicación (MEN, 2018).

En consecuencia, los resultados son insatisfactorios en el componente geométrico – métrico, lo que permite reflexionar acerca del aprendizaje, pero aún más de la enseñanza que reciben de este componente. La enseñanza de la geometría debe iniciar con aspectos como: el reconocimiento y clasificación de figuras planas, la interpretación de sus propiedades y relaciones, la construcción y uso de modelos geométricos para plantear y resolver problemas. En este sentido el MEN (2016) afirma que “los estudiantes no comparan ni clasifica objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades” (p. 14). Entre esas figuras bidimensionales, se encuentra el triángulo, su clasificación y propiedades, cuyo conocimiento es necesario en grados superiores y en diversas áreas como la trigonometría y la física.

En este contexto, al analizar el Índice Sintético de Calidad Educativa, herramienta que permite evaluar el proceso educativo de los colegios (MEN, 2017), ubica a la institución con un puntaje de 4.41, el cual evalúa el progreso, la eficiencia, el desempeño y ambiente escolar, encontrándose este resultado por debajo de la media nacional, correspondiente a 5.1 (MEN, 2017).

Es así como, los resultados de los estudiantes en las pruebas, se relacionan directamente con la enseñanza recibida durante los ciclos escolares y permite la reflexión del quehacer en el aula de las autoras antes de iniciar los estudios de postgrado.

#### **1.4 Visión retrospectiva de la práctica docente de las investigadoras**

Se entiende por visión retrospectiva la observación, análisis y reflexión de las actuaciones en el aula de las docentes investigadoras, antes de recibir las orientaciones de la formación postgraduada, y se constituye en un referente para la identificación de las características de las prácticas de aula de las docentes.

Para la caracterización de las prácticas de las docentes investigadoras antes de iniciar la formación postgraduada, se realizó la grabación de tres sesiones de clase, luego fueron transcritas de forma minuciosa, segmento por segmento y auto analizados; posteriormente se identificaron y establecieron relaciones entre las actuaciones repetitivas en los registros, agrupándolas en categorías y subcategorías, según la función que cumplían en el proceso. Los registros fueron copiados en Excel, luego a cada segmento se le atribuyó un código, teniendo en cuenta los postulados de Hernández, Fernández y Baptista (2010), para quienes la codificación abierta, es el medio por el que “el investigador revisa todos los segmentos del material para analizar y generar —por comparación constante— categorías iniciales de significados” (p. 494). Las autoras caracterizan sus prácticas en tres categorías: organización del contenido temático, ejecución de la clase y evaluación de los aprendizajes, cada una con sus respectivas subcategorías, así:

1. Organización del contenido temático: se refiere a la planeación de la clase, la intencionalidad, al desarrollo de las habilidades, a las actividades y situaciones contextualizadas para alcanzar el propósito de la enseñanza frente al contenido. Se subcategoriza en:

- Planeación de la clase.
- Intencionalidad.

2. Ejecución de la clase: relacionada con el desarrollo de lo planeado, las metodologías utilizadas para la ejecución de la misma, las diversas estrategias que desarrollan o aproximan al conocimiento matemático a enseñar, así como, del actuar del estudiante durante la sesión de clase. De esta segunda categoría emergieron las siguientes subcategorías:

- Estrategias de enseñanza.
- Acompañamiento a estudiantes.
- Participación de los estudiantes.
- Relaciones estudiante – estudiante; docente – estudiante.

3. Evaluación de los aprendizajes: definida en este caso como la forma en que las docentes verifican la comprensión de los estudiantes frente a los temas desarrollados en la clase. La tercera categoría se subcategorizó en:

- Apropiación del conocimiento.
- Trabajo en equipo.
- Utilización de material físico.

Es de aclarar que las autoras, se desempeñan como docentes en el sector rural del corregimiento de las Flores, municipio de Dibulla, La Guajira. La Docente 1, Licenciada en Básica Primaria con énfasis en matemáticas, con 5 años de experiencia; la Docente 2, Ingeniera Industrial, 21 años de experiencia, labora en la básica secundaria y media.

### 1.4.1 Docente 1.

En la primera categoría, la docente investigadora reconoce en su práctica, la *organización del contenido temático*, cuando planea la sesión de la clase atendiendo a lo dispuesto por el Ministerio de Educación Nacional y a los requerimientos de la institución, evidenciado en los apartes de la transcripción cuando presenta la cartilla con la que se desarrolla la sesión de clase y luego cuando indica la temática a abordar “voy a entregarles un módulo y les voy a ir explicando paso a paso como vamos a trabajar... (...el material a utilizar para el desarrollo de la clase, una cartilla llamada “A toda velocidad” del “Programa Todos a Aprender”...)” (Díaz, 2016, p. 2).

De igual modo, se alude apartes que corresponden a la propuesta de la docente, por actividades que permiten el desarrollo de habilidades matemáticas y el acercamiento al contenido matemático, en Díaz (2016): “sabemos que tenemos un sistema de numeración decimal, que lo último o la partícula más sencilla se llama uní qué. ¿Qué es lo más elemental del sistema de numeración decimal?” (p. 3).

En esta categoría, se presentaron 30 registros de 132. Las acciones en relación con la planeación de la clase y la intencionalidad de la docente, se identificaron con 13 y 17 registros respectivamente.

Para la segunda categoría, *ejecución de la clase*, la docente hace uso de preguntas y de situaciones cotidianas para lograr que los estudiantes den razones o pongan en manifiesto sus saberes previos, propende por la participación, el acompañamiento y el fomento del aprendizaje autónomo a través de las distintas actividades programada; acciones presentes en las subcategorías estrategias de enseñanza y acompañamiento a estudiantes. Se observa con la presentación del contenido de forma dinámica y acorde a los intereses de los estudiantes, por medio de expresiones como “acabas de ser seleccionado para participar en una carrera



automovilística, pero ¿qué es una carrera automovilística?” (Díaz, 2016, p. 5), “¿quién me puede decir una forma o un truco, de llegar a saber cuántas unidades hay?” (Díaz, 2016, p. 6).

Cabe anotar que la segunda categoría, fue la más numerosa en registros, contó con 87 de los 132.

Así mismo, la docente investigadora propició espacios para la participación de los estudiantes en las distintas actividades programadas en los procesos de enseñanza aprendizaje y del reconocimiento de sus fortalezas, actuaciones de las subcategorías participación de los estudiantes y relaciones estudiante – estudiante; docente – estudiante, como se encuentra en Díaz: “ya lo tenemos claro, entonces usted ahorita... piense ¿cuál de esos tres modelos va a escoger, sabiendo que el príncipe solamente le regaló catorce mil monedas?...Así que ¡Pilas!” (2016, p. 5), “hágalo niña, usted puede” (p. 4), “¿quiénes están de acuerdo con lo que hizo la compañera? Está correcto, porque puso los números correctos” (p. 7). Estas subcategorías, presentaron 8 registros de 87, de la categoría ejecución de la clase.

En la última categoría, *evaluación de los aprendizajes*, la docente revisa la comprensión de los temas abordados, identifica las actitudes demostradas por los estudiantes en el desarrollo de la clase, promueve el trabajo en equipo y facilita recursos físicos y manipulativos para las distintas actividades programadas, comportamientos presentes en las subcategorías apropiación del conocimiento, trabajo en equipo y utilización de material físico. Como se muestra en Díaz (2016): “a cada pareja de aventureros, les voy a entregar su cofre...con sus monedas” (p. 6), “es correcto que aquí diga “setecientos treinta y dos”, ¿qué otra forma tenemos de escribirlo? ¿A quién se le ocurre?” (p. 7), “tú tienes que pasar el resto después que cogiste, tres estudiantes le hacen ver a un cuarto que no está haciendo lo que se le indico” (p. 2). En la última categoría, se evidenciaron 15 registros de 132.

Lo descrito anteriormente muestra que el uso de recursos manipulativos, la exploración de saberes previos, la creación de espacios para el trabajo en grupo, y la presentación de situaciones problemas para acercar el conocimiento matemático, son los aspectos que permiten caracterizar la actuación de la docente investigadora en el aula. Sin embargo, las situaciones problemas propuestas, distan de las realidades del contexto de los estudiantes; durante el desarrollo de las clases la docente controla, orienta, formaliza y dispone de lo ocurrido en el aula, mientras el estudiante participa limitadamente. De igual modo, no hay registros de la comunicación de los estudiantes del trabajo realizado en grupo, usando el lenguaje propio de la asignatura.

#### **1.4.2 Docente 2.**

De la primera categoría, *organización del contenido temático*, el quehacer de aula de la docente se caracteriza por planear las clases teniendo como referencia los lineamientos curriculares de matemáticas, los estándares básicos de competencia y el plan de área, se observa, cuando al iniciar, dice: “...en clases anteriores, estuvimos desarrollando la parte de la unidad dos, resolviendo ejercicios con ecuaciones lineales, repite, ecuaciones lineales, donde resolvíamos problemas con una sola variable, cuyo objetivo era que ustedes resolvieran problemas y se comunicaran matemáticamente” (Ruíz, 2016, p. 1). Continúa diciendo, “el tema a desarrollar requiere que ustedes hagan uso de lo aprendido, en esa y otras clases, acorde a los temas a tratar en este período”. También se aprecia que, en la planeación de las clases, la docente incluye ejercicios matemáticos usuales, se verifica al proponer: “¿cuánto costará un lápiz y un cuaderno?, si, la mamá de Elka vende en la cooperativa escolar 5 cuadernos y 10 lápices por \$7.500, mientras que en la tienda de la mamá de Obimar, vende 7 cuadernos y 8 lápices por un valor de \$8.400” (Ruíz, 2016, p. 5).

Al revisar la segunda subcategoría referida está a la *intencionalidad*, entendida como la búsqueda de integralidad de los estudiantes, por medio de actividades que permiten el desarrollo de la habilidad matemática, se constata, cuando la maestra dice: “la ecuación de primer grado con una incógnita puede ser planteada y utilizada para resolver diversos problemas de tu vida diaria, en la escuela, en la tienda, en los supermercados, etc.”, “para resolver el problema deberán usar su ingenio y creatividad y utilizar lenguaje algebraico” (Ruíz, 2016, p. 1). Esta primera categoría obtuvo 28 registros de un total de 214, en donde la *planeación* presenta 13 registros y la intencionalidad con que se plantea la clase 15, lo que muestra que la docente recurrió a la planeación de la clase para desarrollarla, teniendo en cuenta su intencionalidad.

La segunda categoría, *ejecución de la clase*, se observa que en las subcategoría estrategias de enseñanza, la docente hace uso de preguntas y presentación de situaciones cotidianas para lograr que los estudiantes den razones o pongan en manifiesto lo conocido del tema a desarrollar, así como también al presentar el contenido disciplinar de forma dinámica, lo anterior se revela en la sesión de clase uno al desarrollar el tema sistema de ecuaciones lineales, cuando la docente hace preguntas así: “miren este enunciado: un ganadero compró caballos y vacas por \$410.000. Cada caballo costó \$4.600 y cada vaca \$4.400 ¿cuántas y cuáles son las soluciones posibles?, ¿cuál sería la expresión matemática que representaría el problema?, ¿es una ecuación lineal?” (Ruíz, 2016, p. 3) y en la sesión tres del tema sistema de ecuaciones lineales de dos por dos “¿qué entienden por sistema?; observa el enunciado: la edad del padre es siete veces la edad del hijo; además, el padre es 30 años mayor que el hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?, ¿cómo se puede resolver?, al plantear las ecuaciones ¿qué características puedes observar?” (Ruíz, 2016, p. 5).

En lo que se refiere a la subcategoría *acompañamiento a estudiantes*, lo realiza a través de preguntas así, “¿cómo encontraron las ecuaciones?” (Ruíz, 2016, p. 3). Es de notar que en muchos casos se utilizan refuerzos verbales generales como: “muy bien”, “tú puedes” (Ruíz, 2016, p. 3), refiriéndose a los niños que acaban de pasar a desarrollar los ejercicios. La categoría analizada, presenta 125 registros de un total de 214, lo que indica que es la más relevante en el proceso de enseñanza de la docente investigadora, mostrando que el acompañamiento a estudiantes e interacción docente – estudiante presentan igual número de registros.

La tercera y última categoría, *evaluación de los aprendizajes*, se refleja cuando la docente verifica la comprensión de los estudiantes frente a los temas abordados. Por ejemplo, en la apropiación del conocimiento, manifiesta, “teniendo en cuenta que ustedes plantean ecuaciones de manera verbal, en un lenguaje algebraico y gráfico, van a resolver la siguiente situación...” (Ruíz, 2016, p. 4). Con respecto al trabajo en equipo, se observa que es promovido por la docente interactuando con sus estudiantes cuando estos realizan el trabajo colaborativo, se presentan registros como “de qué manera se distribuyeron el trabajo”, “¿cuéntenme cómo lo están haciendo?” (Ruíz, 2016, p. 6). Analizando esta tercera categoría se encontró que presenta 61 registro del total de 214, distribuidos así: 45 registros que develan un acompañamiento a estudiantes, 13 trabajo colaborativo y 3 registros para el uso de material físico.

Al analizar los resultados de las tres categorías anteriores se observa que la docente investigadora presenta fortalezas en la planeación de la clase y la intencionalidad de la misma, debido a que hace uso de los lineamientos ministeriales y tiene en cuenta el plan de estudio de la institución; en cuanto a las debilidades, estas se presentan en el planteamiento de situaciones problemas contextualizadas, debido a que propone ejercicios usuales, tomados del libro guía, lo que no le permite al estudiante confrontar sus conocimientos con su vida diaria; así como

también en lo que respecta a la interacción docente – estudiante, el acompañamiento a estudiantes, la inclusión de actividades para realizar trabajo colaborativo; otra de las debilidades en la práctica de aula de la docente es que facilita pocos recursos físicos y manipulativos para el desarrollo temático de la clase, otro aspecto fundamental es la ausencia de la retroalimentación que debe realizar cuando un estudiante muestra vacíos o errores ante alguno de los contenidos abordado, teniendo en cuenta que no se encontraron registros.

### **1.5 Pregunta de investigación y objetivos**

Es por esto que, a partir de las situaciones expuestas, de las inquietudes planteadas y los antecedentes consultados, surge la importancia de proponer investigaciones encaminadas a la intervención y reflexión de las prácticas docentes, en este sentido se plantea la pregunta de investigación: ¿Cómo la metodología de la indagación contribuye a la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto?

#### **1.5.1. Objetivo general.**

Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye a la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto.

#### **1.5.2. Objetivos específicos.**

- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto, en la categoría secuencia didáctica.

- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto, en la categoría competencia científica.
- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto, en la categoría interactividad.

## Capítulo II. Marco teórico

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que son tenidos en cuenta para el desarrollo de la investigación, enmarcados desde los aportes de diversos autores y relacionados con los siguientes ejes temáticos: la epistemología del objeto matemático triángulo, la práctica docente, la metodología de la indagación, la unidad didáctica y las situaciones didácticas de Brousseau.

### 2.1 Fundamentación epistemológica, matemática y didáctica del triángulo

Para comprender el aporte del triángulo al desarrollo de la humanidad, es necesario ubicar epistemológica, teórica y didácticamente este objeto matemático, al ser el polígono más simple, el único que no tiene diagonales y el que permite la composición de otros polígonos regulares, es de gran importancia en la geometría. Según Navarro (2012),

el triángulo suele ser utilizado en la construcción de estructuras de gran tamaño que deben soportar grandes pesos. Entre sus múltiples usos se encuentra: las torres de tendido eléctrico, puentes, naves, andamios entre otras estructuras. Las estructuras metálicas pueden tener externamente cualquier apariencia, pero internamente siempre lleva formas triangulares. (p. 1)

Según los registros históricos, con el emperador egipcio Zoser (Jacq, 1988), se incorporaron las figuras geométricas y se dieron las primeras construcciones funerarias, que consistían en la elaboración de pirámides a partir del “triángulo sagrado” cuyos lados presentaban longitudes 3, 4 y 5, o sus medidas guardaban estas proporciones, conocido hoy como el triángulo rectángulo. Los conocimientos de estas dos culturas pasaron a los griegos con Tales de Mileto (siglo VI a. C), quien fue el primer matemático en demostrar teoremas (Gómez, 2002, p. 13), entre ellos “los ángulos de la base de un triángulo con dos lados iguales son iguales. Si dos triángulos son tales

que dos ángulos y un lado de uno son iguales a dos ángulos y un lado del otro, entonces los triángulos son congruentes” (Gómez, 2002, p. 16). Asimismo, a Pitágoras de Samos (569 a.C. – 475 a.C.), discípulo de Tales, se le atribuye la demostración del Teorema de Pitágoras (Gómez, 2002, p. 16). Por otra parte, en la filosofía de Platón (360 a.C.), quien expone en el *Timeo* (diálogo), que “el triángulo equilátero simboliza la armonía, la divinidad y la proporción. Y que el hombre se representa con la división en dos de ese equilátero, convirtiéndose en un triángulo rectángulo” (Dumoulin, 2016, p. 16). En la misma era, Euclides (300 a. C.) en Alejandría, en una de sus obras de los *Elementos*, aparte de realizar sus propios postulados, recopila los realizados por sus antecesores, esta obra sirvió como texto de enseñanza de geometría por muchos años (Klein, 1931, citado en González, 2003, p. 25).

Para la epistemología del triángulo se contextualizan algunas definiciones del “Libro 1” de los *Elementos de Euclides*:

Definición 20: de entre las figuras triláteras, triángulo equilátero es la que tiene los tres lados iguales; isósceles el que tiene dos lados iguales y uno desigual; y escaleno el que tiene los tres lados desiguales (Klein, 1931, citado en González, 2003, p. 26).

Definición 21: ... triángulo rectángulo es el que tiene un ángulo recto... (Klein, 1931, citado en González, 2003, p. 26).

Una vez ubicado históricamente el triángulo, es necesario construir el sentido y significado a este objeto matemático; al respecto Rico (2012) afirma que “el significado de un objeto matemático es desarrollar su fenomenología, sistemas de representación y su estructura conceptual; las cuales conforman el triángulo semántico del objeto en el ámbito escolar” (p. 52).



En este sentido al referirse a la fenomenología desde la perspectiva social y cotidiana, se reconoce el triángulo, desde las posturas de García (*et al.*, 2013).

La fenomenología de este objeto matemático permite que se trate desde la relación que tiene con otros objetos matemáticos: círculo, circunferencia, ángulos, línea recta; en relación con las matemáticas: geometría, trigonometría, álgebra vectorial; sistemas numéricos, cálculo; desde la relación con otras ciencias: Pintura, Geodesia, Agrimensura, Astronomía, Física, Óptica, Cartografía, Náutica, Telecomunicaciones; en la cotidianidad: construcción, deportes, arquitectura moderna, diseño, medios de comunicación. (p. 275)

En cuanto a los sistemas de representación, Raimon Duval (citado en D'Amore, 2005) sugiere que “en matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas”(p. 28), asimismo la construcción del conocimiento en matemáticas significa “la expresión misma de la capacidad de representar los conceptos, de tratar las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de convertir las representaciones de un registro en otro” (D'Amore, 2005, p. 33).

Para el caso del triángulo, García (*et al.*, 2013), sostiene que se identifican dos sistemas semióticos de representación,

el teórico en donde se le nombra usando el símbolo o ícono  $\Delta$ , al que se le deben colocar las letras mayúsculas que representan los vértices y el gráfico cuando se usan códigos para presentar representaciones físicas, geométricas ya sea por ubicación libre o en el espacio y en el plano cartesiano. (p. 274)

Finalmente, en la construcción del significado, se hace mención a la estructura conceptual del triángulo a partir de las clasificaciones según la medida de los lados y ángulos, como se presenta a continuación:

Es un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices. En un triángulo se consideran dos tipos de ángulos: interior (formado por dos lados), y exterior (formado por un lado y la prolongación de otro). Algunas propiedades son: - En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es  $180^\circ$ . - En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. (Godino 2004, p. 202)

Asimismo, Godino (2004) presenta la clasificación de triángulos desde la medida de sus lados y ángulos (p. 202):

- a) Equiláteros: son los que tienen sus tres lados iguales y sus tres ángulos internos miden cada uno  $60^\circ$ . También recibe el nombre de Equiángulo.
- b) Isósceles: son los que tienen dos lados iguales y los ángulos que se oponen a estos lados tienen la misma medida.
- c) Escalenos: son los que tienen sus tres lados desiguales, en un triángulo escaleno no hay ángulos con la misma medida.
- d) Rectángulos: son los que tienen un ángulo recto ( $90^\circ$ ).
- e) Acutángulos: son los que tienen sus 3 ángulos agudos, el triángulo equilátero es un caso particular de triángulo acutángulo.
- f) Obtusángulos: son los que tienen un ángulo obtuso (mayor de  $90^\circ$ ) y los otros dos ángulos son agudos (menor de  $90^\circ$ ).

Así, se tienen las siguientes características:

Triángulo acutángulo isósceles: con todos los ángulos agudos, siendo dos iguales, y el otro distinto. Triángulo acutángulo escaleno: con todos sus ángulos agudos y todos diferentes.

Triángulo rectángulo isósceles: con un ángulo recto y dos agudos iguales (de cada uno), dos lados son iguales y el otro diferente. Triángulo rectángulo escaleno: tiene un ángulo recto y todos sus lados y ángulos son diferentes.

Triángulo obtusángulo isósceles: tiene un ángulo obtuso, y dos lados iguales que son los que parten del ángulo obtuso, el otro lado es mayor que estos dos. Triángulo obtusángulo escaleno: tiene un ángulo obtuso y todos sus lados son diferentes.

Construcción de triángulos: para poder dibujar o construir un polígono basta con conocer algunos de sus elementos. Los diferentes casos que pueden plantearse para el triángulo son: conocidos los tres lados, conocidos los tres ángulos (se pueden construir infinitos triángulos), conocidos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (el tercer lado viene automáticamente determinado por situarse en los extremos de los otros dos) y conocido un lado y los dos ángulos contiguos.

Luego del recorrido epistemológico y teórico del triángulo, se reconocen los aportes de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, a la enseñanza de este objeto, cuando propone “una construcción para comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo aprenden” (Brousseau, 1997:2007, p. 7).

De igual modo, la enseñanza del triángulo, debe darse desde la creación de actividades, en las cuales los estudiantes construyan libremente, dibujen formas, exploren, visualicen, manipulen materiales del entorno o comerciales, justifiquen los procedimientos realizados para cumplir con

el dibujo y la construcción de este objeto, evidencien su capacidad de argumentar, comunicar y proponer nuevos procedimientos, así como, de la conformación de trabajos en grupos, en concordancia con los planteamientos de Godino y Ruiz (2002).

García (*et al.*, 2013), complementa que la enseñanza del triángulo, también puede darse en la conformación de pequeñas comunidades de aprendizaje, debido a que mediante estas, los estudiantes pueden comunicarse e interactuar en los procesos de negociación y construcción de significados matemáticos.

## **2.2 Práctica docente**

Entendida esta práctica como la que se centra en el maestro, en la manera en la que trabaja, se expresa, se comporta y se relaciona. Es decir, la descripción de sus hábitos, acciones y estilos en un contexto educativo. De acuerdo con De Lella (1999):

la práctica docente se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la distingue de la práctica educativa en lo institucional global y el carácter social de la práctica del docente.  
(p. 13)

No obstante, no se debe desconocer que la práctica docente involucra dos actores, el estudiante y el docente, y este último debe ser especialista en lo que enseña, en este caso matemática, su historia y epistemología. Además, debe tener conocimientos amplios, claros y precisos en la metodología y didáctica de esta disciplina, lo cual incluye conocimientos de diseño y desarrollo curricular, diseño y uso de medios y materiales de instrucción, métodos y técnicas de evaluación de los aprendizajes (Briones, 1999).

Por esta razón se propone analizar la práctica docente desde tres categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad, (González-Weil *et al.*, 2012), las cuales contribuyeron con la reflexión de lo sucedido en el aula durante la implementación de la unidad didáctica diseñada desde la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

### **2.2.1 Secuencia didáctica.**

La secuencia didáctica está relacionada con la pregunta ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran? La misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema a los estudiantes, el inicio, desarrollo y cierre de la sesión; la claridad en las instrucciones dadas a los estudiantes, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil *et al.*, 2012).

### **2.2.2 Competencia científica.**

La competencia científica, relacionada con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil *et al.*, 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes y a la forma como se enseñan; se evidencian cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al hacer uso del lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

### **2.2.3 Interactividad.**

La última categoría que permite en este trabajo analizar la práctica docente es la interactividad, la cual se refiere a ¿qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? características que se identifican con la presencia de un proceso activo de negociación. Además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático que propician el andamiaje, las cuales se evidencian en el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil *et al.*, 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten analizar la práctica docente de las investigadoras, práctica que se interpretará a partir de la metodología de la indagación.

### **2.3 Metodología de la indagación**

La indagación se describe como una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada desde la comprensión y significación de los participantes (Uzcátegui y Betancourt, 2013).

En este sentido, la metodología de la indagación específica el rol del docente en crear un ambiente que motiva al estudiante a participar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera activa, abandonando su papel de transmisor de conocimientos para desempeñar un rol de guía, introduciendo medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de los estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión (Cristóbal y García, 2013). Por tanto, compromete al

docente en: promover el diálogo en el aula, formular constantemente preguntas, dar tiempo suficiente para responder, hacer retroalimentación cada vez que la enseñanza y el aprendizaje lo requiera, posibilitar la evaluación formativa a través de la autoevaluación y la evaluación entre pares, Harlen (2013).

En consecuencia, se reconoce al docente como quien facilita la situación problema con la intención de plantear, cuestionar y someter a prueba hipótesis, razonamientos, conclusiones; mientras observa, toma nota para luego orientar esos razonamientos hacia el saber (Amador, Rojas y Sánchez, 2015), siendo un mediador que posibilita la construcción de significados y acerca al estudiante hacia el conocimiento, dicha construcción es permitida por medio de un modelo de fases dinámicas que se conoce como indagación práctica (Bustos, 2011).

Para los propósitos de esta investigación, las fases de la indagación práctica fueron integradas en la matriz (Anexo 2) usada para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente. Las fases son:

*Hecho desencadenante:* el docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos y en el proceso tanto docente como estudiantes se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

*Fase de exploración:* se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo de manera cooperativa a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo, al realizar búsqueda y elección de información, búsqueda de hipótesis, esta información es discutida, corroborada y así mismo valorada.

*Fase de integración:* se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva, el profesor orienta el proceso de manera correcta en las situaciones en el pensamiento crítico.

*Fase de resolución:* se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas. (Bustos 2011, citado por Amador *et al.*, 2015, p. 40)

La metodología de la indagación se concretó en la planeación, organización y construcción de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo.

## **2.4 Unidad didáctica**

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica. En esta investigación se adopta la propuesta por Coll (1991), quien la define como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de objetivos, bloques elementales de contenido, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación.

Por tanto, se considera como una forma de planificar el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad (Escamilla, 1992).

En este sentido, según el Ministerio de Educación Nacional (1998), la unidad didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos.

El diseño, planeación y organización de la unidad didáctica en esta investigación, como se mencionó anteriormente se hizo teniendo en cuenta la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau.



## 2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau (citado en Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales y saca al estudiante del sistema de sólo recibir los conocimientos por parte del profesor y lo introduce en una interacción que lo lleva a la producción de conocimientos, donde se piensa la enseñanza desde una mirada de producir a partir de lo que ya se sabe y es el docente quien debe genera espacios que llevan al estudiante a la construcción de estos nuevos saberes.

Las situaciones didácticas de Brousseau son:

*Situación acción*, permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos Guy Brousseau (citado en Gómez, 2001).

En consecuencia, la situación acción (experimentando – descubriendo) tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante interactuando con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual responde a despertar el interés del estudiante, ya que el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, así lo lleva a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

*Situación de comunicación*, en ésta el estudiante intercambia con sus compañeros información, lo cual exige que intervenga en ella, formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los ponga a prueba con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y tome los que le son útiles para continuarla (Brousseau, citado en Gómez, 2001).

Por consiguiente, la situación de comunicación (hipótesis – comunicado) requiere de la interacción de los estudiantes, llevándolos a generar el diálogo con el otro en relación con el problema planteado y donde cada integrante debe ser partícipe activo aportando ideas, las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

*Situación de validación*, momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante al problema; para esto él debe poder validar la situación. Es decir, debe hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus afirmaciones; se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro (Brousseau, citado en Gómez, 2001).

Así la situación de validación (demostración – comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

*Situación de institucionalización*, momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando sentido entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye, recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos (Brousseau, citado en Gómez, 2001).

En la situación de institucionalización (formalización), el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado y es aquí donde se culmina el proceso, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado.

### **Capítulo III. Metodología**

En este capítulo se exponen los elementos de la metodología de la investigación que se usaron durante el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas, instrumentos y fases.

#### **3.1 Tipo de investigación**

La investigación es de tipo cualitativa, de corte descriptivo interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (p. 9), busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es, el aula. Para este caso el propósito es interpretar las contribuciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en estudiantes de grado quinto.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones y discursos del docente a partir de las transcripciones de videograbaciones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

#### **3.2 Diseño de la investigación**

El diseño de la investigación se toma desde la teoría fundamentada (Corbin y Strauss, 2002), “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández *et al.*, 2010, p. 444). Para el diseño se consideran tres momentos:

Inicialmente se toma como antecedente primario, antes de la formación postgraduada, la observación de tres clases de las investigadoras a través de videograbaciones de la práctica del docente en el aula, las cuales se transcriben para buscar acciones recurrentes, línea a línea, y desde la codificación abierta de la teoría fundamentada, permiten “analizar y generar por comparación constante categorías iniciales de significados” (Hernández *et al.*, 2010, p. 494), con este conjunto de categorías emergentes, se construyó la visión retrospectiva de las docentes. Después, a través de la codificación axial se establecen conexiones entre las categorías y de allí emergen subcategorías (Hernández *et al.*, 2010); que permiten caracterizar la práctica de las docentes.

En un segundo momento, posterior a la revisión teórica, se diseñó y planeó una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, la cual se implementa en tres sesiones de clase que son grabadas, transcritas en un procesador de texto y posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti, donde se realiza la codificación de acuerdo a los ítems según el instrumento de recolección y sistematización de información (Anexo 1), lo que posibilita de manera recurrente describir las acciones de los docentes según categorías, subcategorías e ítems del instrumento.

En el tercer momento, para analizar la información sistematizada se tiene en cuenta la matriz para el análisis de los datos, construida a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución (Bustos, 2011), (Anexo 2). Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección de información, para describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de las docentes, generando un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva.

En este sentido se escribe un diccionario, donde se relacionan las definiciones teóricas y algunas apreciaciones propias de las investigadoras sobre los elementos que conforman los instrumentos de análisis de la información. Esto tiene por objetivo disminuir la subjetividad al momento de realizar el proceso de codificación y servir como insumo al hacer el análisis y la discusión de los datos.

### **3.3 Técnica e instrumentos de investigación**

#### **3.3.1. Observación.**

La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo. Es decir, esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades aisladas (Cerde, 1991, p. 237).

En esta investigación se asume la técnica de recolección de información a partir del registro video gráfico de las sesiones de clase que conforman la unidad didáctica, y en función de que las investigadoras personalmente manejan lo sucedido en el aula, se considera que es una observación participante, en la que su objetivo se enmarcó en conocer el fenómeno desde dentro y por cuanto las investigadoras se observan a sí mismas, se considera que es una observación “*natural*”, ellas pertenecen a la comunidad donde se observó el fenómeno, y esto facilita el trabajo de recolección de datos (Cerde, 1991, p. 241).

De aquí, que la observación que permite describir la práctica docente desde las categorías propuestas por González-Weil (*et al.*, 2012) son: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

### **3.3.2. Estudio de caso por auto observación.**

La auto observación como criterio científico de investigación, se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el aprendizaje escolar, con las reflexiones de los investigadores sobre sus propias prácticas; como se evidencia en Gómez (2007) y Brousseau (2007).

La investigación cualitativa no parte de hipótesis y, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos (Martínez y Saperas, 2011, p. 17). De igual manera Hernández (*et al.*, 2010, p. 395), sostienen que el objetivo central en los estudios cualitativos se enmarcan en la manipulación de elementos subjetivos, y que esto no es viable en comunidades ampliamente numerosas, por lo que entre menor sea la cantidad de casos, mayor conocimiento se puede hacer del objeto a investigar; razón por la cual para esta investigación se ha toma un estudio de caso representado en una docente de básica primaria y otra docente de básica secundaria que orientan matemáticas, nombradas en propiedad y becadas por el Ministerio de Educación Nacional.

### **3.3.3. Instrumentos para recolección de datos.**

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permitió describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil (*et al.*, 2012):

*Secuencia didáctica*, relacionada con la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón y cómo se estructuran? a través de las subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía.

*Competencia científica*, en relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? tiene dos subcategorías: promoción de conocimiento, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

*Interactividad*, relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? a través de las subcategorías: presencia de un proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La Tabla 1 muestra las categorías descritas anteriormente

Tabla 1  
*Categorías y subcategorías de la práctica docente*

Categoría	Subcategoría
Secuencia Didáctica	Actividad medular
	Momentos de la clase flexibles
	Orientación explícita de la actividad
	El docente como guía
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.
	Enseñanza de las competencias disciplinares.
Interactividad	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Fuente: (Macroproyecto de matemática, 2016).

Para la validación del instrumento se siguieron los siguientes pasos:

El primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero en Didáctica de la Matemática, SEDIMA, de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Posteriormente, fue revisado por los maestrantes inscritos en el macroproyecto de matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera y segunda cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta

investigación. Con estos insumos se procedió a hacer otra prueba piloto con estudiantes del programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en el curso “Construcción y didáctica de las matemáticas tres”; a partir del cual se hacen ajustes al instrumento y a la matriz de análisis, para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.

### **3.3.4. Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica**

La matriz para el análisis del instrumento (Anexo 2) fue diseñada en el macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática”, primera y segunda cohorte y validada por expertos.

La matriz se construye teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica (Bustos, 2011), fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información, para establecer el nivel de apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente observado. La Tabla 2, resume dichas fases y subcategorías.



Tabla 2  
Fases y subcategorías de la indagación práctica

Fases	Subcategoría
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa
	Exploración de conocimientos previos
	Planteamiento del problema contextualizado
	Involucrar al estudiante
Exploración	Construcción de significados
	Búsqueda de hipótesis
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa
	Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada
	Búsqueda y elección de información
Integración	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado
	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones
	Evaluación de la solución propuesta
Resolución	Confirmación y análisis de la explicación

Fuente: (Macroproyecto de matemáticas, 2016).

### 3.4 Fases de la investigación.

La investigación realizada se puede resumir en ocho fases, las cuales son garantes de los resultados presentados sobre la interpretación de la práctica docente del investigador, así:

Fase 1: problematización en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación post gradual, *visión retrospectiva*.

Fase 3: apropiación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: diseño, planeación y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: interpretación de la práctica docente a partir de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: discusión y análisis de los datos.

Fase 8: conclusiones y recomendaciones.

## Capítulo IV. Análisis de datos

Este capítulo presenta los hallazgos encontrados durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en grado quinto, los cuales permitieron interpretar contribuciones de la metodología de la indagación en la práctica de las docentes investigadoras.

Los hallazgos surgieron de las grabaciones, transcripciones y codificaciones de la práctica de las docentes durante la implementación de la unidad didáctica, a partir de los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información (Anexo 1) en el software Atlas.ti.

El análisis e interpretación se hace a partir de los datos arrojados por el programa Atlas.ti. y las fases de la indagación práctica (Bustos, 2011): hecho desencadenante (HD), exploración (EX), integración (IN) y resolución (RE) (Anexo 2); ejercicio que permitió establecer la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de las investigadoras a través de las categorías secuencia didáctica, competencia científica e interactividad (González-Weil *et al.*, 2012).

Para entender los hallazgos que se presentan en las tablas que especifican cada ítem con las fases de la indagación práctica, es necesario comprender su notación como se muestra en el siguiente ejemplo: 1A-2 es una acción del docente (práctica docente) que fue analizado con HD-1 (fase de la indagación práctica), con el 5% arrojado por el aplicativo (Atlas.ti). Se precisa que en este caso, en 1A-2, el número 1 hace referencia a la categoría *secuencia didáctica*, “A” subcategoría actividad medular y el 2, a la acción en el aula, particularmente, el docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana; HD, es la fase hecho desencadenante, y el 1 hace alusión a la planeación de clase abierta y participativa.

A continuación, se interpreta las acciones de las docentes investigadoras en el aula desde la categoría *secuencia didáctica*.

#### 4.1 Secuencia didáctica

La *secuencia didáctica* es entendida como la planeación intencionada y la organización secuencial de actividades para que el estudiante progresivamente encuentre sentido y significado al triángulo. A partir de la *secuencia didáctica*, las docentes posibilitan un rol activo en los estudiantes, llevándolos a manipular materiales didácticos (Sanmartí, citado en González -Weil *et al.*, 2012) para acercarlo a la construcción del triángulo, algunos de sus elementos y clasificaciones según lados y ángulos.

La *secuencia didáctica*, está relacionada con la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran?, contiene 4 subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía.

La Tabla 3, presenta el número de registros codificados para cada una de las subcategorías de la *secuencia didáctica*, permitiendo identificar las actuaciones más recurrentes de las investigadoras en su práctica docente.

Tabla 3  
*Secuencia didáctica*

Categoría	Subcategoría	Docente 1		Docente 2	
		Registros	Porcentaje	Registros	Porcentaje
Secuencia didáctica	Actividad medular	74	21,14%	128	33,4%
	Momentos de la clase flexibles	96	27,43%	55	14,5%
	Orientación explícita de la actividad	80	22,86%	63	16,6%
	El docente como guía	100	28,57%	135	35,5%
	Total	350	100%	381	100%

Fuente: elaboración propia.

De igual manera, se muestran tablas de los ítems de las subcategorías de la secuencia didáctica analizados con las fases de la indagación práctica, las cuales permitieron interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de las investigadoras. El ejercicio interpretativo se realiza sobre las acciones con mayor y menor recurrencia en las actuaciones de las docentes.

#### **4.1.1. Actividad medular.**

La actividad medular, se entiende como la organización de experiencias de acceso directo al aprendizaje (Sanmartí, citado en González-Weil *et al.*, 2012), como las situaciones de acción (Brousseau, 2007), dilemas o problemas relacionados con los contextos cotidianos de los estudiantes, en los que puedan “analizar la situación; identificar lo relevante en ella; formarse modelos mentales y representarlos externamente en distintos registros; posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella” (MEN, 2006, p. 51), a través del trabajo activo y su interacción con el medio didáctico.

En la Tabla 4, se observan los datos arrojados por el programa Atlas.ti de los ítems que caracterizan la actividad medular con las fases de la indagación práctica.

Tabla 4  
Actividad medular

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1A-1 Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.		1A-2 El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.		1A-3 El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2
HD-1	9%	5%	8%	14%	21%	26%
HD-2	11%	10%	4%	22%	21%	23%
HD-3	16%	9%	5%	<b>33%</b>	13%	31%
HD-4	7%	7%	5%	7%	15%	15%
EX-5	7%	9%	4%	9%	11%	17%
EX-6	6%	18%	5%	18%	21%	26%
EX-7	3%	10%	<b>1%</b>	10%	14%	15%
EX-8	8%	10%	6%	10%	13%	17%
EX-9	8%	15%	16%	15%	<b>22%</b>	20%
IN-10	6%	10%	6%	10%	15%	15%
IN-11	7%	7%	3%	7%	7%	9%
RE-12	8%	8%	5%	8%	14%	17%
RE-13	6%	<b>6%</b>	3%	7%	11%	11%

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 4 se observa que la Docente 1, al incorporar en su quehacer el uso de variados recursos para la construcción del conocimiento, 1A-3, con una recurrencia del 22%, al interpretar su práctica a partir de la fase de exploración, EX-9, de la indagación práctica. Lo anterior quiere decir, que al apropiarse de la metodología de la indagación, promovió el uso de materiales o estrategias como soporte; complemento o ayuda para facilitar la construcción y definición del triángulo, el reconocimiento de sus elementos, como los vértices, lados y ángulos internos, a través de la búsqueda y elección de información relevante.

Mientras que la Docente 2, sus acciones para la enseñanza del triángulo, buscaron relacionarlo con situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes, 1A-2, el cual recurrió simultáneamente en un 33% con la fase hecho desencadenante, HD-3, de la indagación práctica, desarrollando las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.

Con las situaciones problemas contextualizadas al entorno, las docentes planearon actividades que permitieron despertar en los estudiantes la curiosidad en la creación de diseños de mochilas con formas triangulares para la “Semana de la artesanía Guajira”, la ubicación de lugares de reunión para tejer los diseños elaborados y la presentación de los mismos en el software Cabri II, permitiendo el razonamiento, el uso de saberes previos como respuesta a sus problemas o necesidades (Harlen, 2013), la manipulación de recursos y la construcción progresiva en la definición del triángulo.

Con la utilización de esos recursos, los estudiantes buscaron diferentes fuentes de información como preguntas de consultas y actividades complementarias, para que comprendieran el problema y generaran posibles caminos de solución a través del trabajo individual y colaborativo.

Lo anterior, fue planeado en la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo e implementado en el aula, como se muestra a continuación:

Les comparto mi preocupación por la falta de diseños de mochilas para la “Semana de la artesanía Guajira” y como esperamos muchos turistas nacionales y extranjeros, es necesario tener variedad de diseños para vender.

Por grupos crearán un diseño de mochila que tenga la figura más representativa de las presentadas por los indígenas. Al elaborar cada triángulo, me gustaría saber ¿Qué observan en los lados de las figuras y en las amplitudes formadas por esos lados? Pueden usar los materiales que se encuentran en la mesa (hojas de papel origami y de block, pegante, croquis de la mochila, regla, colores, tijeras y cinta pegante).

Fuente: unidad didáctica (Díaz y Ruíz, 2017, p. 14).

En el desarrollo de la situación anterior, los estudiantes se mostraron interesados por participar de la semana de la artesanía Guajira, expresaron cómo les gustaría que fueran sus diseños y comentaban entre ellos lo que previamente conocían del triángulo. Con los saberes previos tomaron decisiones sobre el proceso de resolución de la misma, teniendo presente la

información verbal y visual del enunciado, así como también sus propias experiencias, referidas a la figura geométrica a definir.

Asimismo, dibujaron libremente las representaciones que tenían de la figura, algunos usaron recursos como regla, compás y transportador, otros exploraron y fueron relacionando esta figura geométrica con materiales del entorno, como se muestra en la Imagen 1 y en apartes de la transcripción de la implementación de la unidad didáctica.



*Imagen 1.* Presentación de situaciones problemas.

Cuando las docentes presentaron situaciones problemas contextualizadas, los estudiantes las asumieron como propias, se dispusieron para el trabajo en equipo delegándose funciones y en todo momento validaban lo realizado por los demás integrantes.

Fuente: elaboración propia.

Docente 1	Docente 2
<p>D: a ver, comienza el tiempo para cumplir con el pedido de Luis José. Por grupos crearán un diseño de mochila que tenga la figura más representativa de las presentadas por los indígenas.</p> <p>E: seño, queremos hacer las mochilas que tengan todos los triángulos.</p> <p>D: cuando los tengan ¿Qué observan en los lados de las figuras y en las amplitudes formadas por esos lados?</p> <p>E: profe, y ¿cómo hacemos?</p> <p>D: ¿Cómo les gustaría empezar?</p> <p>E: [inician, conversando acerca de cómo quieren su diseño, los integrantes del equipo, se dividen tareas, unos empiezan con la manipulación de las hojas de colores, otros con la regla, transportador y tijeras, otro con la silueta de la mochila]</p> <p>ED: [traza un plan para la construcción del diseño, ella construye los triángulos, se lo pasa a su compañera para que los mida, su otra compañera los recorta y entre todas los pegan]</p> <p>EAM: (muy concentrado, empieza a construir los triángulos y sus medidas para la silueta de la mochila).</p> <p>EJD: (cuando trabaja en grupo, cada uno de sus compañeros cumple una función, al ver que uno de ellos iniciaría la construcción de triángulos al azar, este le recuerda, primero debes medir)</p> <p>ELM, yo los recorto EJD yo los mido, EF yo los dibujo. Bueno empecemos.</p> <p>EJD: [Al darse cuenta que su compañero, dibujaría el triángulo si más detalle, le recordó que para cumplir con la elaboración del diseño de mochilas (presente en la situación problema), debía medir los lados y ángulos de las figuras creadas].</p> <p>EMI: (en compañía de su compañera EKEI, proceden a ubicar tres lados, midiéndolos cada uno, para elaborar los triángulos de su diseño de mochilas) (primero miden los lados, luego los juntan hasta crear triángulos). (Díaz, 2017, p. 15)</p>	<p>D: vamos a leerla nuevamente: En esta oportunidad, les comparto mi preocupación por la falta de diseños de mochilas para la “Semana de la artesanía guajira” y como esperamos muchos turistas nacionales y extranjeros, es necesario tener variedad de diseños para vender. Ánimo ¡Venderemos muchas mochilas para ayudar a nuestros niños Wayuu!</p> <p>D: ahora si cuéntenme ¿que entienden?</p> <p>E: que nosotros debemos crear diseños diferentes y bonitos</p> <p>D: diseños, necesitan más diseños, muy bien. Les propongo una feria donde ustedes serán los creadores de los diseños de mochilas, más originales de la región.</p> <p>E: ¡nosotros los vamos a diseñar!, ¡Que chévere!</p> <p>D: Por grupos crearán un diseño de mochila que tenga la figura más representativa de las mochilas presentadas por los indígenas.</p> <p>[se reúnen en los diferentes grupos, se asignan funciones, eligen un líder, y todos dan ideas de cómo realizar el diseño]</p> <p>D: cada líder debe pasar por los materiales, los cuales se encuentran en la mesa, deben seleccionar todo lo que necesiten para elaborar sus diseños</p> <p>D: (Al pasar por os diferentes puestos, observa que los estudiantes han dividido las funciones así:</p> <p>Grupo 1: unas niñas trazan triángulos en el croquis, otras dos se encuentran resolviendo la guía y al mismo tiempo revisan lo que hacen sus compañeras y dan sus opiniones, otra, utilizando la regla traza los triángulos y los recorta. Grupo 2: entre todos deciden como desean e diseño y primero trazan los triángulos en la mochila, luego miran y tratan de recortar uno de los triángulos para colocarlos, pero observan que al hacerlo no calza en el diseño)</p> <p>E: no entra, así no vamos a poderlo hacer</p> <p>E2. Ándale, tampoco ahora este es muy grande y no sirve. (Ruíz, 2017, p. 10)</p>

Fuente: elaboración propia.

Las relaciones del triángulo con situaciones del contexto, posibilitaron en los estudiantes comprender la utilidad cotidiana de este objeto matemático, acción esperada con la planeación de la unidad didáctica, como se aprecia en el siguiente fragmento.



Los indígenas me pidieron que los acompañara a unos lugares donde van a tejer algunos de los diseños de ustedes. Me dieron unas referencias y solo me dijeron que la figura principal de las mochilas me ayudaría a llegar a los lugares de encuentro. No sé cómo llegar, ayúdame con las pistas, que me dieron ¡por favor!

Pista: la primera reunión será a 5m del árbol de Dividivi y a 6 m del árbol del Trupillo. (Se presenta una imagen que recrea un paisaje con un jagüey, dos árboles el de Dividivi y el de Trupillo, que están en una escala, en donde cada centímetro, representa un metro).



Fuente: unidad didáctica (Díaz y Ruíz, 2017, p. 24).

Al desarrollar la actividad anterior, los estudiantes expresaron que el triángulo les ayudaría a encontrar los lugares de tejidos porque debían hallar un tercer punto conociendo los otros dos, de igual modo, les serviría en situaciones donde también requieran ubicarse en un determinado

Docente 1	Docente 2
<p>D: (En el grupo de EMI, EKEI y EJY, llegaron al desarrollo de la pista de la primera reunión), cuando me acerco le pido el favor que comprueben las condiciones dadas en el ejercicio del nuevo punto estar a 6 cm y 5 cm respectivamente, de los árboles de dividivi y trupillo.</p> <p>EMI, EKEI y EJY: de inmediato proceden a comprobar las medidas con el uso de la regla.</p> <p>EKEI: nos equivocamos en estas medidas, vamos a corregirlas.</p> <p>EMI: ya sabemos que primero trazamos los arcos y luego con la regla medimos.</p> <p>D: muy bien chicos. (Díaz, 2017, p. 28)</p>	<p>E: Señó nosotros no entendemos</p> <p>D: Haber, leamos nuevamente la actividad: la primera reunión será a 5m del árbol de Dividivi y a 6 m del árbol del trupillo. Deben mirar muy bien la imagen e interpretar lo que se requiere</p> <p>E: pide que lo ayudemos a encontrar el lugar</p> <p>D: Así es, ¿Cómo lo podemos ayudar?</p> <p>E: utilizando la regla. Pero si ubicamos por acá, no nos da por el otro lado</p> <p>D: Eso es, deben pensar en una estrategia que les permita ubicar el lugar correcto. ¿De qué manera lo pueden hacer?</p> <p>E: señó, ya leí, pero al hacer los segmentos con las medidas, el punto de la reunión es el agua</p> <p>D: y si la reunión es en el agua, ¿Qué pasaría?</p> <p>E: No, no puede ser en el agua,... (Ruíz, 2017, p. 20)</p>

Fuente: elaboración propia.

lugar. Como se aprecia en los apartes de la transcripción.

En los anteriores fragmentos, se muestra el interés de los estudiantes por resolver situaciones que involucran el contexto, asumiendo distintos roles, compartiendo sus ideas, proponiendo un

plan de solución, la autorregulación al corregirse cuando presentaban imprecisiones. También, con la solución de la situación presentada y la manipulación de materiales para la construcción del triángulo, progresivamente definían el triángulo y reconocían algunos de sus elementos como sus tres lados, ángulos internos y vértices. Como se aprecia en la Imagen 2.



*Imagen 2. Utilización de recursos*

Los estudiantes utilizaron los recursos, interactuando entre ellos, trazando un plan para resolver las situaciones problemas propuestas.

Fuente: elaboración propia.

Las acciones antes descritas no ocurrieron en la visión retrospectiva de la Docente 1, aunque existían los recursos materiales y audiovisuales, los usaba para el desarrollo de una situación ajena a los estudiantes, sin promover que fueran ellos quienes buscaran diferentes fuentes de información para construir el saber a enseñar, como se muestra en el aparte: “¡a ver, a ver! Les doy la posibilidad que... saques tu lápiz y tu borrador. Piensa ¿cuántas monedas te dio el príncipe? Y con las monedas entregadas, escribe la indumentaria que utilizarías para la carrera” (Díaz, 2016, p. 9).

De igual manera, las características descritas de la práctica docente tampoco fueron observadas en la visión retrospectiva de la Docente 2, debido a que incluyó actividades que conducían a planteamientos por parte de los estudiantes pero que distaban de ser situaciones problemas basadas en contextos reales, limitando el uso de los recursos para la construcción del conocimiento como se aprecia en: “la edad del padre es siete veces la edad del hijo; además, el

padre es 30 años mayor que el hijo. ¿Qué edad tiene cada uno? ¿Cómo se puede resolver?, al plantear las ecuaciones ¿qué características puedes observar?” (Ruíz, 2016, p. 5).

Al realizar el proceso de enseñanza bajo las particularidades de la visión retrospectiva de las investigadoras se reduce a la transmisión de información, favoreciendo la pasividad de los alumnos, debido a que estos no tendrían la posibilidad de expresar sus saberes previos, su opinión acerca de las temáticas tratadas por las docentes, no existieran espacios para aprender y desaprender. En términos de Cruz (citado en Valcárcel, 2010) “ya que incluso si éste prestara atención, tomara apuntes, siguiera detenidamente lo que expone el profesor, su actividad mental y física es solamente receptora y no creativa, existía una falta de control de lo que el estudiante va comprendiendo...” (p. 2).

Continuando con la interpretación del quehacer en el aula de las autoras durante la implementación de la unidad didáctica, en la Tabla 4, se observan índices porcentuales bajos, para la Docente 1, el porcentaje de relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, 1A-2, fue 1% con la fase exploración de la indagación práctica, EX-7, en las sesiones de grupo para exploración cooperativa. Es decir, que aunque hubo apropiación de la metodología de la indagación, no fue muy recurrente que la docente presentara a los estudiantes la relación del triángulo con la vida cotidiana hasta las sesiones de grupo, sino que durante los espacios brindados en los momentos de clase posibilitó que fueran los estudiantes quienes concluyeran tal relación.

En situaciones futuras de enseñanza, la Docente 1, puede continuar incorporando frecuentemente sesiones de exploración cooperativa en sus clases para que los estudiantes “en

conflicto con los conocimientos, las creencias y los sentimientos de forma ajustada al nivel de desarrollo” (Zabala, 2000, p. 87) combinen el mundo compartido y reflexivo (Bustos, 2011).

Para el caso de la Docente 2, al relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, 1A-1, esto se evidenció en un 6% al analizar sus acciones en el aula desde la fase resolución de la indagación práctica, RE-13. Se interpreta que la investigadora, incorporó características de la metodología de la indagación pero al relacionar el triángulo con situaciones contextualizadas, en los momentos en que los estudiantes desarrollaban las actividades y presentaban las posibles soluciones preguntando si eran correctos, no fue recurrente que ella realizara la debida confirmación de las respuestas de ellos. Prefiriendo que ellos mismos agotaran todas las posibilidades de solución a las situaciones antes de su intervención.

#### **4.1.2. Momentos de la clase flexible.**

La subcategoría momentos de la clase flexible, se entiende como el ajuste de las actividades y estrategias de enseñanza a las necesidades de aprendizajes de los estudiantes (González-Weil *et al.*, 2012).

A continuación, se muestran los porcentajes de recurrencia de los ítems de la subcategoría momento de la clase flexible con las fases de la indagación práctica.

Tabla 5  
*Momentos de clase flexible*



Metodología de la indagación – Indagación práctica	1B-4 El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.		1B-5 El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza		1B-6 El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2
HD-1	1%	3%	6%	13%	18%	5%
HD-2	2%	6%	10%	14%	18%	1%
HD-3	2%	3%	11%	<b>16%</b>	16%	1%
HD-4	1%	2%	7%	7%	<b>21%</b>	3%
EX-5	1%	2%	7%	7%	16%	1%
EX-6	1%	<b>0%</b>	7%	12%	20%	5%
EX-7	3%	7%	9%	4%	13%	11%
EX-8	1%	1%	9%	7%	18%	1%
EX-9	2%	5%	5%	11%	14%	6%
IN-10	1%	2%	7%	7%	13%	3%
IN-11	<b>0%</b>	3%	8%	3%	13%	2%
RE-12	1%	2%	7%	7%	14%	4%
RE-13	1%	2%	5%	4%	15%	2%

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 5 se observa que la Docente 1, al asumir en su práctica la metodología de la indagación, acompañó a los estudiantes en los procesos que realizaban para la construcción de nuevos conocimientos relacionados con el triángulo, 1B-6, evidenciado en un 21%, al interpretar su quehacer en el aula desde la fase hecho desencadenante de la indagación práctica, HD-4, cuando involucraba a los estudiantes en la realización de las actividades.

Por su parte la Docente 2, al apropiarse de la metodología de la indagación, planeó y construyó paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza del triángulo, su clasificación según los lados y ángulos, 1B-5, presentándose una recurrencia simultánea de 16%, al interpretar su práctica desde la fase hecho desencadenante de la indagación práctica, HD-3, cuando planteó problemas significativos y contextualizados para los estudiantes.

La incorporación de la metodología de la indagación en el rol de las docentes a través de problemas contextualizados y de involucrar a los estudiantes en su proceso, acompañándolos paso a paso en la construcción del conocimiento, se logró desde la planeación de la unidad didáctica cuando optaron por la “combinación de actividades individuales y grupales de trabajo en las que se promovió la ayuda mutua” (Sanmartí, 2000, p. 20). Como se observa en los siguientes fragmentos de transcripción y fotos.

Docente 1	Docente 2
 <p>EK y ESA: con los puntos de corte, puedo escoger uno para ayudarle a Luis José a establecer dónde será la tercera reunión.</p> <p>D: dale a ver cómo lo hacen.</p> <p>EK: ¿con el punto hacia abajo?</p> <p>D: no sé, ¿ustedes que opinan?</p> <p>Equipo de EK: con el punto arriba.</p> <p>D: mira que te dicen que la reunión será en la rancharía C ¿Cuál es el punto que indica la rancharía C?</p> <p>EK y su grupo, muestran el punto de la rancharía C, por lo que le digo, ahh... pero deben colocar el nombre de este punto.</p> <p>D: también dice que está a la misma distancia, comprueben que están a la misma distancia.</p> <p>EAM: con la regla inicia la medición de los lados y comprueba que el punto que establecieron para la tercera reunión es el correcto.</p> <p>D: ¿tienen la misma distancia?</p> <p>EAM, EJDA y EK: al medir, comprueban que si es correcto el punto establecido.</p> <p>D: ¿para qué tienen el transportador?</p> <p>EAM: para medir los ángulos.</p> <p>(Díaz, 2017, p. 29)</p>	 <p>(La profesora pasa por las mesas, conversa con unos estudiantes que ha notado que no están atentos...)</p> <p>D: cuéntenme que les pasa, tienen alguna dificultad</p> <p>E: no sabemos cómo iniciar</p> <p>D: recuerden deben crear diseños de mochila para ello disponen de los materiales, ustedes deciden cuales utilizan, deben ser creativos, ¡animo!</p> <p>E: listo señor, vamos a usar todo</p> <p>(Luego de unos minutos, la docente se acerca a otro grupo y un estudiante le dice)</p> <p>E: señor, para que incluyo el compás, si con eso solo se hacen circunferencias y el transportador ¿para qué?</p> <p>E2: con el compás también se hacen triángulos yo lo vi en internet, pero no se hacerlo</p> <p>D: claro E2, tiene razón, también se construyen triángulos haciendo uso del compás, no solo con la regla lo puedes hacer</p> <p>E3: yo sé hacerlo, pero no sé si es así</p> <p>D: hazlo, vamos cuéntanos...</p> <p>E3: hay señor, yo no sé explicar</p> <p>D: claro que sí, solo debes ir comentando lo que haces</p> <p>E3: con la regla hago un segmento y luego...</p> <p>D: y... ¿para qué nos puede servir el transportador?</p> <p>(Ruíz, 2017, p. 15)</p>

Fuente: elaboración propia.

En los anteriores fragmentos de transcripción, se observa que la Docente 1, al involucrar a los estudiantes y acompañarlos en el desarrollo de las actividades, posibilitó que argumentaran lo realizado y de manera conjunta organizaran las ideas relacionando los saberes previos con la

construcción en la definición del triángulo, desde los sistemas de representación existentes y la formalización del saber, en colaboración conjunta para “aclarar, superar las inquietudes y los obstáculos presentados” (Pierre Lévy, citado en Bustos, 2011).

En la fotografía de la Docente 1, también se observa que los estudiantes participan constantemente y expresan alternativas de solución a las actividades propuestas, de forma libre y espontánea, es decir, asumieron un rol protagónico y activo en la clase.

De igual manera se observa que la Docente 2, orientó el proceso de enseñanza de forma sucesiva y acumulativa, quien por medio de preguntas orientadoras y retadoras (Harlen, 2013) llevó a los estudiantes hacia la construcción del triángulo a partir del uso del compás, la regla y el transportador, posibilitando la comunicación, formulación (Brousseau, 2007) y la argumentación.

En la fotografía de la Docente 2, se observa como interactúa con los estudiantes, en donde con preguntas retadoras y orientadoras posibilitó que estos comprendieran la utilidad del triángulo en el desarrollo de actividades del contexto.

Las características de la metodología de la indagación descritas anteriormente, no fueron observadas en la visión retrospectiva de las autoras. Las clases de la Docente 1, se centraban en lo que decía, explicaba y en las actividades que proponía, no hubo registros de una relación dialógica en la que los estudiantes expresaran la articulación entre el nuevo conocimiento y los saberes previos en el desarrollo de las actividades propuestas, así mismo, solo enfatizaba los aportes de aquellos estudiantes que permitían la continuidad de lo planeado para la sesión de clase. Como se aprecia a continuación.

E: ... El auto, el traje- responde algunos estudiantes.

D: (Cuando el estudiante dijo el traje, lo mire y señale su respuesta, queriendo decirles a los demás, que su respuesta se acerca a la definición de indumentaria)

–Él dice que el traje, es decir, que indumentaria se puede asemejar con lo que tú necesitas para llevar a la competencia, ósea, el traje el carro, etc.-

(Miro a los estudiantes que están cercanos a la puerta del salón y procedo a cambiar la diapositiva que está proyectada)

-Escúchame ¿Quién me puede decir una forma o un truco, de llegar a saber cuántas unidades hay? pero sin decirme el resultado. ¡Ojo! sin decirme el resultado... ¿Cómo hago para saber cuántas centenas, perdón, cuántas unidades, pueden haber en ocho centenas? sin decirme el resultado.

E6: -ochocientas-

D: -No, no me digas el resultado- ¿Cómo haces para saber cuántas son?...

E: -Contar- Contar la centena-

D: -Contar de que en qué...

Si una centena te da cien, cómo haces para saber cuántas te dan ocho. ¿Cómo haces?

E2: -Una suma-

D: haces una suma ¿quién hace otra cosa?

E5: -Una multiplicación-

D: -Haces una multiplicación- -Es decir, que hay semejanzas entre una suma y una multiplicación-

–Tú haces una resta, de qué con qué- (Le digo a una estudiante que se expresó sin pedir la palabra) –Qué es lo que restas para que te de ese resultado. (Sigo refiriéndome a la estudiante que compartió su procedimiento) ¿Por qué haces una resta? ¡Cuéntanos! Pero ¿Por qué haces una resta? ¿Cómo llegas al resultado por medio de una resta?

–¿Ya todos tienen el número acá? (Señalo la diapositiva expuesta) Listos. ¿Podemos seguir? ¿Todos tienen los números? Recuerda para el que no lo tiene. Una sola centena tiene cien unidades, ocho centenas ¿cuántas unidades tendrá? (Díaz, 2016, p. 13)



Fuente: elaboración propia.

En el anterior fragmento, se observa que los estudiantes expresan diversas respuestas a la solicitud de la docente, algunos optan por hacer adiciones, sustracciones y multiplicaciones sin argumentar las razones para la utilización de las mismas, de igual modo, la autora no interviene para aclarar, orientar la situación conceptualmente y guiar hacia la comprensión de la situación propuesta. Cuando la clase se centra en el docente no posibilita que el aprendizaje escolar sea:

un proceso activo desde el punto de vista del alumno, en el cual este construye, modifica, enriquece y diversifica sus esquemas de conocimiento con respecto a los distintos contenidos escolares a partir del significado y el sentido que pueda atribuir a esos contenidos y al propio hecho de aprenderlos. (Amador *et al.*, 2015, p. 25)



Por su parte, la Docente 2 en la visión retrospectiva cuando ejecutaba la clase, se centraba en la exposición de los contenidos acorde a lo planeado, sin tener en cuenta los tiempos empleados para el aprendizaje del saber disciplinar, de igual modo no se cercioraba que los estudiantes comprendieran lo desarrollado y participaran permanentemente en la construcción del nuevo conocimiento, de tal manera que este fuese significativo para ellos; la falta de referentes teóricos que sustentaran su quehacer en el aula, le permitía la formulación de preguntas que conducían a respuestas inmediatas que no requerían ningún esfuerzo para presentarse (MEN, 1998, p. 86), y al rol pasivo del estudiante, siendo este receptor del conocimiento. Como se muestra a continuación.

D: resolver la ecuación:  $3x + 3 = 9$   
 E: el resultado es 2  
 D: que opina el resto de la clase  
 E: si profe, es 2  
 D: Todos lo hicimos mentalmente, ahora lo vamos a escribir. ¿Cómo hacemos para llevar este razonamiento por escrito?  
 E: como así, ¿escribir?  
 D: ¡Miren! (escribe al mismo tiempo que habla) tenemos el enunciado tres equis más tres igual a nueve.  $3x + 3 = 9$  ¿Cuánto es?  
 E: 2 profe es 2  
 D: ¿Cómo nuestro utilizando expresiones algebraicas el resultado? Tres equis más tres igual a nueve (señala la ecuación).  $3x + 3 = 9$  como pueden observar el tres está sumando, entonces pasa del otro lado de la igualdad a restar, o sea  $3x = 9 - 3$ ,  $3x = 6$ , luego el tres que está multiplicando pasa del otro lado de la igualdad a dividir así.  $X = 6/3$  luego  $x = 2$ .  
 D: de esta manera queda resuelta la ecuación. Ahora ustedes planteen el enunciado matemáticamente y resuelvan: cuatro veces un número disminuido en diez es igual a 22. (Ruíz, 2016, p. 3)

Fuente: elaboración propia.

El proceso de enseñanza desde las actuaciones de la visión retrospectiva según Cruz (citado en Valcárcel, 2010), “permiten que el estudiante adopte un papel de oyente pasivo, tomando apuntes, impidiendo el aprendizaje de procedimientos y actitudes, reduciendo las funciones del docente en el aula a la de transmisor de información” (p. 2).

Siguiendo con la interpretación de la práctica de las docentes, se hace mención a los índices porcentuales que indicaron la ausencia de registros que mostraran la apropiación de la

metodología de la indagación, Tabla 5, se puede decir que, durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, las docentes no dieron cuenta de momentos en donde flexibilizaran su estrategia de acuerdo a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, 1B-4, sistematizara progresivamente las ideas, integrando la información, intercambiando opiniones, construyendo sobre otras ideas, presentando explicaciones, ofreciendo soluciones explícitas, IN-11, docente 1 y para el caso de la Docente 2, promoviera la búsqueda de hipótesis, EX-6.

Aunque fue considerada la planeación de la unidad didáctica, las autoras al sistematizar lo ocurrido en el aula y codificarlo, no le atribuyeron simultáneamente estos ítems a ningún fragmento, debido a que fueron suficientes las estrategias utilizadas para que los estudiantes socializaran, dieran a conocer sus saberes, integraran sus conceptos, emitieran juicios y progresivamente construyeran la definición del triángulo, el reconocimiento de algunos de sus elementos y la clasificación de este objeto matemático según sus lados y ángulos.

#### **4.1.3. Orientación explícita de la actividad.**

La orientación explícita de la actividad es entendida como “proceso donde el docente explica y reitera instrucciones, explicita los objetivos a alcanzar, supervisa el trabajo del alumnado y gestiona de manera eficiente el tiempo” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 89).

Los hallazgos encontrados entre los ítems de la subcategoría orientación explícita de la actividad y las fases de la indagación práctica durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo por parte de las docentes investigadoras se presenta en la Tabla 6.

Tabla 6  
Orientación explícita de la actividad

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1C-7 El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.		1C-8 El docente facilita y regula el aprendizaje.	
	D1	D2	D1	D2
HD-1	8%	7%	12%	7%
HD-2	12%	7%	11%	5%
HD-3	10%	8%	11%	3%
HD-4	12%	6%	11%	6%
EX-5	12%	6%	9%	4%
EX-6	6%	5%	19%	10%
EX-7	<b>6%</b>	5%	14%	8%
EX-8	15%	4%	10%	7%
EX-9	12%	12%	<b>37%</b>	6%
IN-10	9%	<b>29%</b>	14%	4%
IN-11	9%	7%	6%	5%
RE-12	16%	8%	9%	7%
RE-13	10%	4%	8%	<b>2%</b>

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 6, se observa que la docente 1 facilitó y reguló el aprendizaje, 1C-8, con un porcentaje del 37% al interpretar su práctica desde la fase exploración de la indagación práctica, al propiciar la búsqueda de información relevante, EX-9, por medio de actividades en las que preguntaba constantemente, orientaba con instrucciones claras y acompañaba a los estudiantes en el desarrollo de las situaciones planteadas (González- Weil *et al.*, 2012).

En el caso de la Docente 2, sus acciones más relevantes en el aula estuvieron centradas en brindar instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo, 1C-7, en la Tabla 6 se observa que el mayor porcentaje se presenta con la fase integración de la indagación práctica, proponiendo actividades que provocaron que se diera la construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del problema planteado, IN-10, promoviendo en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas, regulando el aprendizaje. Acorde a los postulados de Bustos (2011), “Las relaciones que se establecen entre los alumnos que aprenden, los contenidos que son

objetos de enseñanza y aprendizaje y el profesor que ayuda a los alumnos a construir significado y a atribuir sentido a lo que hacen y aprenden” (p. 18).

Durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, la Docente 1, mostró apropiación de la metodología de la indagación al facilitar y regular el aprendizaje, cuando, a través de sus acciones fue acercando a los estudiantes a reconocer la intencionalidad de las actividades propuestas, generando en ellos la necesidad de buscar información relevante que le permitiera comprender y proponer posibles soluciones a la situación a resolver, ejemplo de ello se presenta en el siguiente fragmento de transcripción:

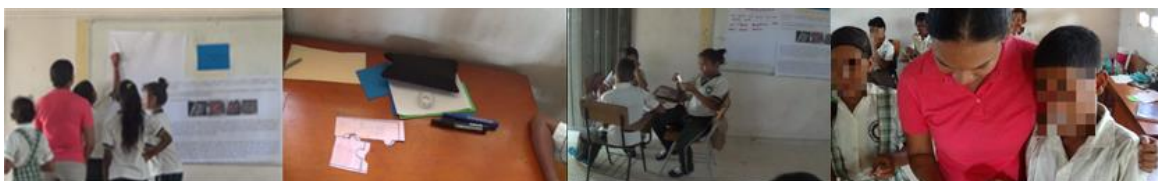
E: (Lee la presentación de la situación problema) primero debe presentar un informe explicando que piensan acerca de los elementos que componen las figuras tejidas por los indígenas y ¿Qué tienen en cuenta para que esas figuras sean iguales en sus formas?  
D: muy bien. En resumen ¿Cuál es la invitación que nos hace la primera tarjeta? ¿Cuál es la invitación a ver...? ¿Qué va a suceder en la Guajira? ¿Qué dice en la tarjeta que van hacer en la Guajira?  
E: van hacer una semana de artesanías guajiras y nosotros vamos a ayudar con los diseños.  
D: ¿cómo será que elaborarán ese informe? vamos a ir pensando ¿cómo vamos a elaborar ese informe? Que quiere la señora rectora, para ayudar a la semana de la artesanía guajira.  
Mientras ustedes piensan como hacerlo, los invito a que se acerquen al escritorio de forma ordenada, toman media hoja de block, donde vamos a escribir y materializar ese informe.  
Disponemos de quince minutos, para escribir, ese informe que quiere Luis José, cuando transcurran los quince minutos, diez estudiantes de forma aleatoria, van a socializar, lo que hicieron en sus informes y después cinco estudiantes más, vamos a escribir en el papel bond que está en el tablero.  
D: luego de unos minutos, la docente pasa por los diferentes grupos y observa el siguiente diálogo en uno de ellos:  
E: debemos escribir el informe, primero miremos bien las mochilas y anotemos en borrador las características  
E: recordemos lo que debe tener un informe, eso lo vimos en la clase de español  
E: listo, mira el informe tiene que tener un título  
E: sí, y podemos colocar a quien va dirigido  
E: ¿será que lo estamos haciendo bien?  
E: si yo creo, hagámoslo y se lo presentamos a la profesora  
(Díaz, 2017, p. 5)

Fuente: elaboración propia.

En el anterior fragmento se muestra la importancia de las orientaciones claras para la comprensión y desarrollo de las actividades, de igual modo, se constata como el acompañamiento y la retroalimentación por parte de la investigadora, promovió en los

estudiantes la autorregulación y los procesos metacognitivos.

Las actividades de elaborar el informe como se observó en el fragmento de transcripción, llevó a los estudiantes a proponer sus propios planes de solución, a recordar lo visto en otras asignaturas, además, a trabajar colaborativamente y a socializar sus escritos como se ilustra en las siguientes fotos.



*Imagen 3. Solicitud de socialización*

Los estudiantes socializaron el informe realizado con el grupo, con la docente y con el resto de la clase.

Fuente: elaboración propia.

Las fotografías hacen parte del desarrollo de una de las actividades en donde debían elaborar un informe, se observa como a partir de esta, se presenta una acción que les permite explorar sus saberes previos, articulando lo visto en otras asignaturas con el tema a trabajar, lo que permitió que trabajaran colaborativamente e interactuaran entre ellos y con el resto de la clase en los momentos en que debieron socializar los resultados, presentándose así, tres de las situaciones didácticas de Brousseau: acción, formulación y validación.

Las acciones de enseñanzas antes descritas, no se observaron en la visión retrospectiva, debido a que durante el desarrollo de las clases la Docente 1 controlaba, formalizaba y disponía de lo ocurrido en el aula, mientras el estudiante participaba limitadamente, ya que los espacios para explorar, formular conjeturas, plantearse preguntas y buscar información en el desarrollo de las actividades planeadas, eran escasos; como se aprecia en la siguiente transcripción.

D: voy a entregarles un módulo y les voy a ir explicando paso a paso como vamos a trabajar... (...el material a utilizar para el desarrollo de la clase, una cartilla llamada “A toda velocidad” del “Programa Todos a Aprender”...)”

D: –Abrimos por favor el cuadernillo en la siguiente página y nos ubicamos donde dice situación problema, donde aparece ese gran automóvil. ¡Listos!- repito nuevamente lo anterior.

–Dice... Acabas de ser seleccionado para participar en una carrera automovilística pero ¿Qué es una carrera automovilística? (Leo la proyección de la diapositiva)

–... es cuando hay una competencia de carros- responde un estudiante. (Continúo mirando la proyección y paseando la vista por los estudiantes) –

–... A nivel internacional organizada por el príncipe Adib. Para prepararte, debes escoger el camino a tomar y elegir la indumentaria que vas a llevar.

–¿Qué será indumentaria?

–Cuando me dicen indumentaria que vas a llevar ¿Qué será eso?-

(Sigo leyendo la diapositiva que tiene la situación problema, mientras camino por el salón para no desviar la atención de los estudiantes.

Me acerco a unos estudiantes con el fin que respondan...)

–El auto- responden algunos estudiantes.

–Pero aparte del auto que más- (Persisto en la pregunta)

–Cuando digo indumentaria, que vas a llevar ¿Qué será?-

(Díaz, 2016, p. 5)

Fuente: elaboración propia.

Durante el desarrollo de la clase, algunos estudiantes tomaban notas al mismo tiempo la docente realizaba la lectura, otros solo escuchaban y otros conversaban entre ellos, aunque la docente formuló preguntas, los estudiantes permanecieron pasivos, se presentó una participación la cual no fue tenida en cuenta por parte de la autora, quien fue dando respuesta a la situación presentada.

Orientar la práctica docente bajo las características anteriores, limita la autorregulación del aprendizaje, debido a que el docente debe ser un guía en el proceso de enseñanza, permitiéndole al estudiante involucrarse en las actividades de una manera consciente y reflexiva, en donde el mismo debe identificar sus posibilidades y sus falencias frente a la realización de la actividad (Amador, *et al.*, 2015).

Con respecto a la Docente 2, al interpretar sus acciones durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, se apropió de la metodología de la indagación cuando realizaba explicaciones a los estudiantes sobre las actividades que debían desarrollar, llevándolos paso a paso y a través de preguntas a acercarse a la construcción conjunta de

significados, un ejemplo de ello se presenta en el siguiente fragmento de la transcripción:

D: ¿Qué clases de triángulos puedes identificar en la imagen?, ¿Cómo puedes unir todos esos triángulos de tal manera que resulte un diseño nuevo para una mochila?  
 (La docente pasa por las diferentes mesas donde se encuentran los estudiantes trabajando, los ayuda a buscar el archivo donde están los triángulos..., y luego de unos minutos)  
 D: bien chicos, finalizó el tiempo es hora de que socialicemos lo que han realizado.  
 D: ¿Qué clases de triángulos puedes identificar en la imagen?  
 E: identificamos, triángulos rectángulos  
 D: ¡rectángulos!, ¿dónde se encuentran?, me interesa saber cómo están las cosas, si tienen las ideas claras. Me gustaría que algunos de ustedes hablen sobre lo que están haciendo y como lo están haciendo  
 E: ¿Explicar directamente lo que haremos o simplemente decir que estamos haciendo?  
 D: Hablar de la actividad que realizaran en el computador usando CABRI, tal y como te salga, tal y como pienses que lo debes explicar.  
 E: Tenemos que identificar las clases de triángulos, midiendo sus lados y sus ángulos, con las herramientas del programa. (Ruíz, 2017, p. 26)

Fuente: elaboración propia.

De la transcripción anterior se observa como la docente propició que los estudiantes explicaran la representación que se habían hecho de la actividad y cómo la elaboraron conjuntamente, al promover en ellos el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas, según el MEN (1998) “dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos seguidos para llegar a conclusiones, justificar las estrategias y procedimientos puestos en acción...” (p. 54).



Imagen 4. Orientación del proceso por parte de la docente

Fuente: elaboración propia.

En la Imagen 4 se observa como la docente orienta el proceso, aclara dudas, formula preguntas, mientras que los estudiantes desarrollan la actividad, mostrándose comprometidos con ésta, trabajando colaborativamente y validando los resultados al socializar lo realizado ante toda la clase.

Este tipo de acciones orientadas desde la metodología de la indagación implementadas por la investigadora, contribuyeron con su práctica docente, permitiendo ir cambiando su rol de comunicadora del saber, ya que el medio y las acciones realizadas por parte de los estudiantes fueron determinantes para el aprendizaje, debido a que provoco a través de las diferentes actividades que fuesen ellos quienes construyeran y se acercaran al conocimiento sobre las clases de triángulos, “los estudiantes deben ser capaces de organizar y regular su propio aprendizaje, para aprender tanto de manera independiente como con otros, para superar las dificultades en el proceso de aprendizaje” (Amador *et al*, 2015, p. 35).

En relación a lo anterior y al analizar la visión retrospectiva de la Docente 2, en una de las categorías “evaluación de los aprendizajes”, en la subcategoría “apropiación del conocimiento”, la investigadora da por hecho que todos sus estudiantes manejan la temática abordada, ejemplo es el fragmento:

D: Okey, ya leyeron el problema y lo resolvieron ¿cierto?
E: si seño
D: Bien pasa y resuélvelo en el tablero
E1: Yo no seño
E2: yo si seño, yo lo hago,
E: El estudiante pasa al tablero y resuelve el ejercicio en total silencio
E: ya listo así es
D: muy bien, pero hay errores, miremos cuales son:
D: la docente va indicando los errores cometidos por el estudiante
(Ruiz, 2016, p. 4).

Fuente: elaboración propia.

En el fragmento se observa que la docente, no le brinda al estudiante la oportunidad de explicar el proceso que siguió para hallar la posible solución al problema planteado, procediendo a indicar los errores y corregirlos sin la intervención de sus educandos, impidiendo que se generen procesos de autorregulación y metacognición, a lo anterior Narvaja (citado en García, 2008, p. 16), plantea que:

Las habilidades básicas metacognitivas incluyen la predicción de las consecuencias de una acción o evento, chequeo de los resultados de la propia



acción (¿lo hice?), monitoreo de la marcha de la propia actividad (¿cómo lo estoy haciendo?), la comprobación con la realidad (¿tiene sentido?), y una variedad de otras conductas relativas al control para aprender y resolver problemas.

Luego de haber interpretado los porcentajes altos de la Tabla 6, se hace necesario analizar los porcentajes bajos presentados simultáneamente entre los ítems de la subcategoría, orientación explícita de la actividad, y las fases de la indagación práctica, en el caso de la Docente 1, dar instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo 1C-7, el cual fue de un 6%, con la fase exploración, sesiones de grupo para exploración cooperativa EX-7, se puede inferir que la Docente 1, incluyó características de la metodología de la indagación cuando promovió actividades en donde los estudiantes debían trabajar en equipo en el desarrollo de las situaciones propuestas como elaborar informes y hallar puntos de ubicación de tal manera que se formaran triángulos como los presentes en los diseños de las mochilas, entre otras. Sin embargo, en muy pocas ocasiones brindó instrucciones a los estudiantes para llevar a cabo en el proceso de solución de las situaciones propuestas. Lo anterior por el interés de la autora en que fueran ellos los que exploraran, comunicaran, organizaran sus ideas y crearan las posibilidades de solución a las situaciones autónomamente, sin intervención por parte de ella.

Para el caso de la Docente 2, facilitar y regular el aprendizaje 1C-8, ocurrió simultáneamente en un 2% con la fase resolución, RE-13, la docente incorporó en sus acciones elementos de la metodología de la indagación cuando brindó a sus estudiantes la confirmación y análisis de las explicaciones, lo que no fue recurrente debido a que su interés fue que los estudiantes se autorregularan, que ellos mismos confrontaran sus respuestas a las diferentes situaciones propuestas en grupo y en aula sin la intervención de ella, identificando sus posibles errores y autocorrigiéndose.

#### 4.1.4. El docente como guía.

Las docentes al ser guías y orientadoras del proceso, permanecieron en diálogo con los estudiantes, ejemplificando el triángulo, algunos de sus elementos y la clasificación según los lados y ángulos con situaciones de la vida diaria, señalando la relevancia de su aprendizaje, comunicando las representaciones semióticas existentes y formulando preguntas que demandaban recordar, elaborar y crear (González-Weil *et al.*, 2012).

Para interpretar las características de la metodología de la indagación en el actuar en el aula de las investigadoras, en la Tabla 7, se muestran los resultados de los ítems del docente como guía analizados desde las fases de la indagación práctica.

Tabla 7  
*El docente como guía*

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1D-9		1D-10	
	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.		El docente promueve en los estudiantes la socialización de resultados	
	D1	D2	D1	D2
HD-1	8%	7%	12%	7%
HD-2	12%	7%	11%	5%
HD-3	10%	8%	11%	3%
HD-4	12%	6%	11%	6%
EX-5	12%	6%	9%	4%
EX-6	6%	5%	19%	10%
EX-7	<b>6%</b>	<b>5%</b>	14%	8%
EX-8	15%	4%	<b>27%</b>	7%
EX-9	12%	12%	10%	6%
IN-10	9%	<b>19%</b>	14%	4%
IN-11	9%	7%	6%	5%
RE-12	16%	8%	9%	7%
RE-13	10%	4%	8%	2%

Fuente: elaboración propia.

De la tabla se observa que la Docente 1, promovió en el aula la socialización de resultados, 1D-10, con un 27%, al interpretar su quehacer en el aula desde la fase de exploración de la

indagación práctica, EX-8, a través del aporte de ideas, corroborándolas u oponiéndose a otras, así como la explicación y valoración de la información dada por los demás compañeros (Bustos, 2011).

Mientras que la Docente 2, institucionalizó el saber del contenido desarrollado en la clase, 1D-9, ocurriendo simultáneamente con un 19%, con la fase integración, IN-10, cuando posibilitó la construcción compartida de significados acerca del triángulo.

Al analizar la práctica de la Docente 1, durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, se puede apreciar que promovió la socialización de resultados haciendo uso de preguntas orientadoras y retadoras (Harlen, 2013), permitiendo que los estudiantes aportaran ideas, se generara el debate en el aula, valoraran la opinión del otro, como se muestra a continuación en la imagen y el fragmento de la transcripción:



*Imagen 5.* Uso de preguntas para la socialización de resultados  
Fuente: elaboración propia.

D: ... ¿ustedes que le podrían decir a la rectora, de cómo se elaboran esas figuras (triángulos)?  
D: le pregunto a E, ¿Qué has escrito?  
E: los triángulos son figuras de tres lados, tres vértices y tres ángulos, para dibujarlos se utiliza compás, regla, transportador.  
D: sí pero ¿cómo los haces, cómo los construyes? Mencionas que utilizas compás, regla, transportador y que debe ser muy creativo al elaborarlos, pero ¿Cómo los utilizas para elaborar los triángulos? ¿Cómo haces el triángulo?  
EJDA: ... Para elaborarlos, utilizamos la regla hacemos un segmento, con un compás trazamos una circunferencia a cada extremo del segmento, en el punto de corte de las dos circunferencias pongo un punto y luego con la regla uno con segmentos hasta el punto encontrado.  
D: muy bien EJDA, el no solo se queda en el uso de la regla, sino que va mucho más allá.  
(Díaz, 2017, p. 3)

Fuente: elaboración propia.

En el fragmento anterior, la Docente 1, al usar preguntas para que los estudiantes buscaran e indagaran diferentes fuentes de información, comprendieran el problema y generaran posibles

camino de solución a través del trabajo individual y colaborativo (García *et al.*, 2013), posibilitó que ellos se mostraran comprometidos con las actividades propuestas, su participación fue más espontánea y sus intervenciones contenían argumentos claros y pertinentes, lo que permitió que la docente pudiese solicitar explicaciones sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado.

Las acciones antes descritas, no fueron observadas en la visión retrospectiva de la Docente 1, en su momento no posibilitaba a los estudiantes espacios para el aporte individual de ideas, para corroborarlas u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada, debido a que se limitaba a revisar los resultados sin brindarle la oportunidad al estudiante de conocer las respuestas de sus compañeros; su acción más recurrente era protagonizar todos los momentos de la clase, como se aprecia en el siguiente fragmento:

D: estamos en esto, nena estamos aquí, estamos en la página 4... – Con el fin de transportar un tesoro lleno de monedas de oro, cada aventurero... ósea ¿Cada quién?- pregunto insistentemente (les indico que cada aventurero son ellos mismos, con el brazo derecho busco que se apersonen de tal.) insisto -Los aventureros, ¿Quiénes serán? –

Es: -Los piratas-

D: -En este caso ¿Quiénes son los aventureros?- (Cuando consigo la respuesta deseada) – bueno, cada aventurero es responsable de transportar 732 monedas de oro, dentro de... (Pido que repitan lo que hay que transportar haciendo énfasis en el material de las monedas)– Para facilitar el transporte de ese famoso tesoro, las bolsas, que transportan esas monedas de oro deben ser transportadas en un baúl...

Entonces a cada pareja de aventureros, les voy a entregar su cofre.

-Lo que vamos a hacer, es contar las monedas estamos recibiendo-

E4: -Son tres hojas-

D: -son diferentes distribuciones –Vamos a abrir nuestro cofre y contaremos las monedas - (voy ejemplificando con el material en base de diez, entregado anteriormente. Explico pausadamente que del material, encontraremos elementos que representan centenas, decenas, unidades y miles) –Estos bloques grandes ¿Cuántas monedas tendrán?- (Pido que cuenten cada representación, camino por el salón cerciorándome que todos estén en la actividad de conteo, algunos pierden la cuenta

después que han llegado a cierta cantidad)

E6: -¡Cien!-

D: -Un aventurero llegó a la conclusión-

E5: -Cien seño- confirma el estudiante.



(Todos sus compañeros trasladan la mirada a quien conto más rápido) (Díaz, 2016, p. 5)



Fuente: elaboración propia

La enseñanza de la matemática sustentada en las acciones de la visión retrospectiva imposibilita que los estudiantes participen en los procesos de socialización y validación de los conocimientos ante la totalidad de la clase, que se comuniquen con el lenguaje oral y escrito propio del área y de interactuar en los procesos de negociación y construcción de significados matemáticos (García *et al.*, 2013).

Por su parte la Docente 2, al institucionalizar el concepto de triángulo, durante las sesiones de clase, formalizó los contenidos que se construyeron con los estudiantes, haciendo claridad conceptual, destacando la importancia dentro de la solución de la situación problemática planteada, permitiendo las representaciones en otros contextos, ejemplificando y retroalimentando.

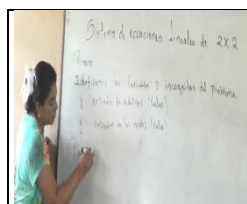
	<p>P: muy bien chicos, muy bien, ahora con sus aportes revisemos la clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos.</p> <p>P: este triángulo (señala un triángulo que construyeron los niños en el octavo de cartulina y que se encuentra en el tablero) ustedes escribieron que tiene tres lados diferentes y que sus tres ángulos son agudos, siendo así, recibe el nombre de triángulo escaleno según sus lados por que los tres lados son diferentes, y según sus ángulos es un</p>
<p>triángulo acutángulo, pues los tres ángulos miden menos de <math>90^\circ</math>, o sea que sus tres ángulos son agudos, entonces unificando el nombre tenemos un triángulo escaleno - acutángulo</p> <p>P: Triángulo escaleno – acutángulo, tiene sus tres lados diferentes y sus tres ángulos agudos. Revisemos entre sus construcciones si hay otro triángulo escaleno.</p> <p>E: si seño el que yo hice, pero tiene un ángulo recto</p> <p>P: Ven acércate y muéstrame</p> <p>(Ruiz, 2017, p. 21)</p>	
	

Fuente: elaboración propia

De acuerdo con el fragmento anterior y al observar las fotografías, la Docente 2, parte del conocimiento construido por los estudiantes, retoma lo efectuado en clase y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos.

La institucionalización de conceptos también se observó en cada momento de la visión retrospectiva de la Docente 2, sólo que en esta no se tenía en cuenta la construcción de los

estudiantes, la misma se realizaba al inicio de clase escribiéndola en el tablero, después ejemplos y por último ejercicios para repetir lo hecho por la docente, el siguiente es un ejemplo de dicha situación:

	<p>D: El método de reducción consiste en eliminar una de las incógnitas sumando las dos ecuaciones. Para ello se multiplica una de las ecuaciones o ambas por un número de modo que los coeficientes de <math>x</math> o de <math>y</math> sean iguales y de signo contrario.</p> <p>E1: dice, ¿Cómo así?, ¡no comprendo!</p> <p>Luego de eso la docente le pregunta a los estudiantes:</p> <p>D: ¿Cuál variable quieren eliminar primero para poder reducir el sistema?</p> <p>E4: la <math>y</math> señó.</p> <p>Se alcanzan a escuchar otras voces solicitando que sea primero <math>x</math>, pero la docente procede a eliminar la variable <math>y</math>.</p> <p>D: Observen los coeficientes y signos de la variable <math>y</math>,... (Ruíz, 2016, p. 4)</p>
---	--

Fuente: elaboración propia

Al revisar el ejemplo de la visión retrospectiva de la práctica de la Docente 2, se observa que generaba instrucciones y órdenes acercando el estudiante al concepto, no permitiendo su participación en la construcción del significado, el cual era explícito por la docente. Se observa que la autora al realizar el proceso de aprendizaje bajo las características anteriores no brindó la oportunidad a los educandos de construir y darle sentido a su propio aprendizaje, Brousseau plantea, “...las situaciones de enseñanza tradicionales son situaciones de institucionalización pero sin que el maestro se ocupe de la creación del sentido: se dice lo que se desea que el niño sepa, se le explica y se verifica que haya aprendido” (1997, p. 75).

Continuando con la interpretación de la práctica docente de las investigadoras, en la Tabla 7, se presentan porcentajes bajos observados en el ítem 1D-9, institucionalizar el saber del contenido desarrollado en la clase, coocurrió un 6 y 5% para las Docentes 1 y 2 respectivamente, con la fase exploración de la indagación práctica, EX-7, flexibilizar su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes. Durante la implementación de la unidad, las autoras cuando realizaban la institucionalización del contenido tuvieron la necesidad de

flexibilizar su estrategia, debido a que a través de las diferentes situaciones contextualizadas referidas al triángulo los estudiantes trabajaron cooperativamente, integraron sus saberes previos con el nuevo aprendizaje, realizaron conjeturas construyendo y reconstruyendo el conocimiento en donde las docentes fueron guías en el proceso, realizando los ajustes necesarios en sus acciones haciendo uso de preguntas orientadoras y retadoras, lo que permitió partir de ese conocimiento desarrollado por sus educandos al institucionalizar los contenidos.

Finalmente, las interpretaciones realizadas a las prácticas de las investigadoras durante implementación de la unidad didáctica, acorde a los hallazgos en la categoría *secuencia didáctica*, permiten inferir cómo al ser apropiada características de la metodología de la indagación, posibilitó una enseñanza significativa del triángulo, acorde al contexto institucional y a la vivencia cotidiana de los estudiantes, en donde hubo espacios para comunicar, argumentar y encontrar sentido y significado al propósito de enseñanza; producto de una planeación intencionada, abierta, participativa y acorde a estudiantes de grado quinto.

Las docentes al apropiarse de características de la metodología de la indagación mostraron su rol de guías y acompañantes del proceso, generalizando y sintetizando las actividades, producciones, argumentos y explicaciones de los estudiantes, para formalizar el saber disciplinar sobre el triángulo en un proceso dialógico y permanente.

## **4.2 Competencia Científica**

La *competencia científica* es entendida como el saber disciplinar y didáctico que las docentes tienen para la enseñanza del triángulo. Se caracteriza por el desarrollo de capacidades matemáticas y la construcción de conceptos científicos a través del vocabulario propio del área (González-Weil, *et al.*, 2012).

Esta categoría, se relaciona con la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase?, contiene dos subcategorías: promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

En la Tabla 8, se presenta el número de registros codificados para cada una de las subcategorías de la *competencia científica*, permitiendo identificar las acciones más frecuentes de las investigadoras, la enseñanza de las competencias disciplinares para la Docente 1 y la promoción de conocimientos capacidades y actitudes, para la Docente 2.

Tabla 8  
*Competencia científica*

Categoría	Subcategoría	Docente 1		Docente 2	
		Registros	Porcentaje	Registros	Porcentaje
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.	306	46,65	279	61,73
	Enseñanza de las competencias disciplinares.	350	53,35	173	38,27
	Total	656	100%	452	100%

Fuente: elaboración propia.

En la descripción, y análisis de esta categoría, se muestran las tablas arrojadas por el programa Atlas.ti de los ítems de las subcategorías de la competencia científica con las fases de la indagación práctica, se describen las de mayor y menor porcentaje de recurrencia en las actuaciones de las docentes observadas.

#### **4.2.1. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.**

La subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes se define como el trabajo interrelacionado entre la construcción y comprensión de conceptos científicos, el desarrollo de procedimientos característicos del área y de las actitudes críticas y rigurosas frente al conocimiento (González-Weil, *et al.*, 2012).



La Tabla 9, contiene los porcentajes de recurrencia de los ítems de la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes con las fases de la indagación práctica, quienes sirven como apoyo en la interpretación de la apropiación de la metodología de la indagación en el actuar en el aula de las investigadoras.



Se observa en la Tabla 9, que las docentes incorporaron en sus prácticas de aula la característica de la metodología de la indagación, 2A–14, cuando solicitaban a los estudiantes explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, ocurriendo simultáneamente en un 28 y 33% para la Docente 1 y 2 respectivamente, con la fase de resolución de la indagación práctica, RE–12, al propiciar espacios para la evaluación de la solución propuesta.

El siguiente fragmento de la unidad didáctica, ilustra actividades previamente diseñadas y planeadas para la enseñanza del triángulo, las cuales posibilitaron la socialización, explicación y validación de los procesos realizados por los estudiantes.

A continuación se socializarán los diseños creados por grupos de trabajo; para ello... escogerán un espacio en el aula y sólo un representante del grupo explicará lo realizado.  
 Se les pedirá que comuniquen y argumenten por medio de preguntas como: ¿Cómo llegaron al diseño presentado? ¿Su diseño corresponde a lo solicitado en la feria? Al comparar los diseños presentados por los indígenas y los creados en el equipo ¿Cómo cambian las figuras? ¿Qué piensas del cambio de la figura de las mochilas, al modificarse el tamaño?  
 Finalizadas todas las socializaciones, se les pedirá que emitan juicios acerca del cumplimiento o incumplimiento de los requisitos de cada grupo para la feria de la artesanía guajira.

Fuente: unidad didáctica (Díaz y Ruíz, 2017, p. 23).

Con la solicitud de las explicaciones de lo realizado en clase, las docentes posibilitaron a sus estudiantes el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación, como escribir qué pensaban sobre el triángulo, comentar las formas para construir y reconstruir las representaciones que existían en ellos y la emisión de juicios del trabajo realizado por sus pares, quienes al socializar los procesos y procedimientos usando un vocabulario acorde a la temática, argumentaban y explicaban en y con las matemáticas.

De igual manera, al socializar el trabajo realizado en equipos, daban razones de las articulaciones hechas entre los saberes previos y la construcción de diseños de mochilas con

figuras triangulares, tecnificaban su vocabulario con expresiones como: “nuestras figuras cumplen con las condiciones de la semana de la artesanía Guajira porque son triángulos, están compuestas por segmentos llamados lados, tres vértices y tres ángulos internos” (Díaz, 2017, p. 23); como se aprecia en los siguientes fragmentos e imágenes de la implementación de la unidad didáctica.

Docente 1	Docente 2
<p>D: quisiéramos saber ¿Cómo llegaron a ese diseño?</p> <p>EE: llegamos al diseño presentado porque íbamos haciendo dibujos de los triángulos, midiéndolos con la regla, recortándolos y al final pegamos todos los recortes. Todos los triángulos, se fueron juntando y haciendo en una mochila.</p> <p>D: recortando, pero... ¿Cómo hicieron esos triángulos? ¿Qué tuvieron en cuenta para su elaboración? ¿Cómo los dibujaron?</p> <p>EMI: medimos los segmentos o lados, luego fuimos uniendo los lados, formamos los triángulos, recortamos y pegamos hasta conseguir el diseño, al final medimos los ángulos formados por los segmentos.</p> <p>D: ¿y su diseño corresponde a lo solicitado por Luis José en su carta?</p> <p>E: si corresponde porque los colores son diferentes bonitos, llamativos y divertidos, además Luis José, pidió que fueran con triángulos. Porque el diseño es distinto a los demás de mis compañeros y los presentados por los indígenas.</p> <p>D: muy buena intervención EE y EMI (Díaz, 2017, p. 21-24)</p>	<p>D: bien chicos, finalizo el tiempo es hora de que socialicemos lo que han realizado.</p> <p>D: ¿Qué clases de triángulos puedes identificar en la imagen?</p> <p>E: identificamos, triángulos, rectángulos</p> <p>D: ¡rectángulos!, ¿dónde se encuentran?</p> <p>E: triángulos rectángulos, que tienen un ángulo recto</p> <p>E: seño, isósceles, escaleno y rectángulo</p> <p>E: Equilátero, isósceles y escaleno</p> <p>D: muy bien E, esa es la actitud</p> <p>P: la clasificación dada por E, es según sus lados o según sus ángulos, ¿Qué opinan?</p> <p>E: es según sus lados</p> <p>D: y según sus ángulos ¿cuáles logran identificar?</p> <p>E: rectángulo, acutángulo E: obtusángulo</p> <p>D: excelente, según sus lados tenemos en la figura, triángulos escalenos, isósceles y equilátero y según sus ángulos acutángulo, obtusángulo y rectángulo. Muy bien chicos, muy bien</p> <p>D: ¿cuándo un triángulo es rectángulo?</p> <p>E. el rectángulo es cuando tiene un ángulo de 90. (Ruíz, 2017, p. 10)</p>

Fuente: elaboración propia.



*Imagen 6.* Solicitud de Docente 1 de explicación y uso del lenguaje matemático.

Cuando la Docente 1 solicitó a los estudiantes socializar los diseños de mochilas para la semana de la artesanía Guajira, estos explicaban y demostraban sus afirmaciones, intentando convencer a los compañeros de los otros equipos del trabajo realizado para ayudar a Luis José.

Fuente: elaboración propia.



*Imagen 7.* Solicitud de Docente 2 de explicación y uso del lenguaje matemático.

Cuando la Docente 2 invitó a un representante del equipo a presentar su trabajo, los estudiantes socializaban modificando el lenguaje que utilizaban habitualmente, tecnicizándolo y adecuándolo a las informaciones que debían comunicar.

Fuente: elaboración propia.

En los anteriores diálogos e imágenes se muestra la participación activa de los estudiantes en su proceso de aprendizaje cuando compartían y defendían sus propuestas de solución, mientras los demás escuchaban y validaban lo compartido. Esto se logró por la “potencialidad del lenguaje para representar de maneras distintas los objetos, también por el traspaso progresivo del control del profesor a los estudiantes permitiendo diversos niveles de intersubjetividad” (Bustos, 2011, p. 29).

Aunque algunas de las características antes descritas del actuar de las docentes en el aula fueron observadas en la visión retrospectiva, en ésta, la planeación y ejecución de la clase, fueron diseñadas para la solución de actividades por parte de los estudiantes sin que precisaran el lenguaje matemático ni los argumentos con los que socializaban los procedimientos utilizados para el logro del objetivo. Como se presenta a continuación.

Docente 1	Docente 2
D: (Camino en el salón y varias estudiantes se muestran interesadas en corregir la cantidad. Me acerco a un estudiante que aún no comprende lo dicho, en su lugar en el salón le doy orientaciones. Sigo el recorrido por lo demás estudiantes, haciendo de igual forma la corrección y retroalimentación) (Díaz, 2016, p. 6-7)	D: okey, multipliquemos la ecuación (1) por -2 y la ecuación (2) por 4, para poder eliminar la variable. D: ahora colocamos las ecuaciones resultantes una debajo de la otra, como si fuésemos a realizar una suma o resta... D: es así como se resuelven ecuaciones de 2x2 haciendo uso del método de reducción. (Ruiz, 2016, p. 5)

Fuente: elaboración propia.

En los fragmentos de la visión retrospectiva de las investigadoras, se observa que no aseguraban la comprensión de lo que deseaban enseñar, propiciando desinterés y falta de sentido y significado al objeto de estudio por parte del estudiante; de igual manera, refleja la importancia de apropiarse de metodologías, como la indagación, para lograr contribuir a que los estudiantes desarrollen su pensamiento crítico (López, citado en Cantoral *et al.*, 2005).

Continuando con la interpretación de la práctica docente de las investigadoras, se hace pertinente mencionar los índices porcentuales donde no hubo recurrencia. En la Tabla 9, se observa que las respuestas dadas por las docentes, 2A–12, no ocurrieron simultáneamente con la sistematización progresiva de ideas, IN–11, docente 1, y la articulación de conocimientos previos, HD–2, Docente 2. Lo anterior debido que al sistematizar y codificar las transcripciones durante la implementación de la unidad didáctica, las investigadoras no atribuyeron a ningún fragmento los ítems descritos, porque en el aula fue más recurrente que la orientación del proceso de los estudiantes fuera desde el uso de preguntas retadoras para la construcción conjunta de significado, la integración y sistematización progresiva de las ideas aportadas, Docente 1, y la participación de los estudiantes y la generación de nuevas ideas para la Docente 2.

#### **4.2.2. Enseñanza de las competencias disciplinares.**

La subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares es entendida como las dinámicas centradas en los alumnos, quienes organizados de manera grupal y guiados por el docente, realizan experimentos, leen y resuelven problemas, entre otros (González-Weil *et al.*, 2012).

En la Tabla 10, se presentan los porcentajes de recurrencia de la enseñanza de competencias disciplinares con las fases de la indagación práctica; se interpretan las mayores y menores.

Tabla 10  
*Enseñanza de las competencias disciplinares*

Metodología de la indagación –Indagación práctica	2B–19		2B–21		2B–22		2B–23		2B–24	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.		El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.		Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.		El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.		El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	
HD-1	7%	21%	9%	13%	9%	14%	35%	8%	31%	5%
HD-2	8%	14%	15%	23%	21%	19%	12%	22%	11%	6%
HD-3	4%	16%	18%	<b>34%</b>	23%	21%	14%	15%	12%	6%
HD-4	6%	13%	10%	8%	14%	8%	35%	12%	32%	15%
EX-5	3%	13%	13%	7%	18%	9%	40%	12%	39%	20%
EX-6	<b>2%</b>	14%	14%	16%	14%	21%	31%	11%	31%	6%
EX-7	4%	10%	3%	8%	9%	13%	13%	12%	14%	15%
EX-8	4%	16%	15%	11%	21%	13%	20%	17%	19%	21%
EX-9	5%	9%	13%	10%	16%	15%	6%	16%	7%	<b>1%</b>
IN-10	3%	10%	12%	11%	16%	13%	25%	17%	25%	10%
IN-11	3%	7%	11%	7%	13%	6%	<b>43%</b>	8%	38%	11%
RE-12	6%	17%	13%	10%	20%	12%	16%	17%	15%	21%
RE-13	4%	10%	11%	7%	17%	11%	33%	12%	34%	19%

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 10, se observa que la Docente 1, se apropió de la metodología de la indagación al promover en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación a través de la formulación de preguntas, 2B–23, ocurriendo simultáneamente en un 43% con la fase integración de la indagación práctica, IN–11, al sistematizar progresivamente las ideas, integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones y ofrecer soluciones explícitas.

Asimismo, la Docente 2 al apropiarse de la metodología de la indagación diseñó actividades que permitieron a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones

planteadas, 2B–21, con una recurrencia del 34% al interpretar su quehacer desde la indagación práctica, en la fase hecho desencadenante, HD–3, al plantear problemas contextualizados.

La apropiación de la metodología de la indagación en la Docente 1, le permitió el uso de preguntas como estrategia para que los estudiantes se interesaran por el desarrollo de las situaciones propuestas en relación al triángulo, y con su participación activa dieran a conocer las ideas orientándolos a la construcción sobre otras ideas, presentación de explicaciones y la socialización de las soluciones a las situaciones presentadas. Como se muestra en el siguiente aparte.

D: listos EKEI, ¿qué procedimiento siguieron para reproducir los triángulos?  
 EKEI: ingresamos donde esta los triángulos, en polígonos, le dimos click, luego lo rellenamos con color.  
 D: ¿Tuvieron algún problema para construir alguna de las figuras? ¿En qué consistió?  
 EKEI: si profe, hubo uno que nos equivocamos mucho y teníamos que borrar varias veces.  
 D: ¿cómo saben que los triángulos que construyeron son iguales a los que están dibujados?  
 EKEI: porque íbamos mirando el televisor en la proyección y luego lo hacíamos en el computador.  
 D: ósea que puede decirse que hicieron una copia visual de las imágenes.  
 EKEI: si profe.  
 D: ¿creen que sea más fácil construirlos utilizando sólo la regla? ¿Por qué?  
 EKEI: en el computador profe.  
 D: en el computador te parece más útil. ¿Por qué?  
 EKEI: por la agilidad y la precisión además si uno borra es más fácil empezar de nuevo que en el papel y el lápiz. (Díaz, 2017, p. 8)

Fuente: elaboración propia.

Cuando los estudiantes se enfrentaban al tipo de preguntas generadas por la docente, “establecían relaciones, analizaban, comparaban, interpretaban desde la comprensión de los contenidos enseñados, derivándose... nuevas preguntas metacognitivas” (Grisales y González, 2014, p. 258), expresando la comprensión del triángulo con argumentos sólidos, producto del trabajo en equipo y la validación constante de las ideas que surgían en el mismo.

El uso de preguntas para orientar, sistematizar e integrar progresivamente las ideas de los estudiantes, presentando explicaciones y ofreciendo soluciones explícitas, no fue observado en la visión retrospectiva de la Docente 1, como se aprecia en la Imagen 8.





Imagen 8. Visión retrospectiva Docente 1.

La docente figuraba como protagonista de la clase, en estas no hay evidencias de socializaciones con argumentos ni uso del lenguaje disciplinar por parte de los estudiantes.

Fuente: elaboración propia.

En las imágenes se observa la Docente 1 como protagonista del proceso, sin ofrecer posibilidades a los estudiantes de vincularse con su aprendizaje, ellos se limitaban a seguir la lectura de lo expuesto en unas diapositivas, a responder las indicaciones para solucionar las situaciones presentadas. En las prácticas de la visión retrospectiva no se observa espacios para la socialización, el trabajo en equipo y la validación de ideas.

Por su parte la Docente 2, al desarrollar clases haciendo uso de situaciones problema contextualizadas, característica de la metodología de la indagación, permitió articular los saberes previos con el nuevo aprendizaje, logrando que los estudiantes “generaran un plan de acción para resolver las situaciones planteadas” (González-Weil *et al.*, 2012) y de esta manera un interés permanente sobre lo que se aprende. Como se aprecia en el siguiente fragmento de transcripción.

P: Rosa vive a la misma distancia de la casa de Andrés (punto A) que de la de Juanita (punto B). Marca con puntos cinco lugares diferentes donde puede estar la casa de Rosa. (Hay una figura en donde se encuentran los dos puntos A y B, separados cierta distancia). Haber E, ¿Cómo lo resolviste?

E: yo trace un segmento de A hasta B, y solo encontré dos puntos que cumplen la condición que debe ser a la misma distancia, entonces salen dos triángulos equiláteros.

P: ¿Cómo hiciste para encontrar los puntos?

E: con el compás

P: alguno de ustedes ¿lo hizo diferente?

E: yo seño, utilice también el compás pero me salieron dos triángulos isósceles, Porque no dice que la distancia de A hasta B es igual a la casa de Rosa.

P: ¿Cómo concluyes que son dos triángulos isósceles?

E: porque tienen dos lados miden lo mismo y el otro no

P: muy bien, excelente. ¿Alguien que haya realizado otro proceso?

E: yo seño, solo utilice regla y el transportador

P: ¡explícanos! (Ruíz, 2017, p. 8)



Fuente: elaboración propia.

En el fragmento anterior se observa como la Docente 2, al presentar situaciones relacionadas con el contexto, dialogaba permanentemente con los estudiantes quienes expresaron distintas maneras de resolver la situación y el paso a paso utilizado; de igual modo, reconocen la clasificación del triángulo y su aplicación en la cotidianidad.

La enseñanza desde el planteamiento de situaciones propias del contexto, que promovieron que los estudiantes propusieran planes de acción para resolver problemas, no fueron propias del actuar de la Docente 2 en su visión retrospectiva, debido a que sus clases predominaban los ejercicios tomados del texto guía como mecanismo de ejercitación y las situaciones problemas propuestas resultaban ajenas a la cotidianidad de los estudiantes. Como se observa en las imágenes.



*Imagen 9. Visión retrospectiva Docente 2.*

El rol del docente fue de trasmisor del conocimiento, el desinterés por las clases por parte de los estudiantes es evidente, lo que incide negativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Fuente: elaboración propia.

Las imágenes muestran a la Docente 2 como protagonista en el aula, centrada en la transmisión de conocimientos, leídos y transcritos en el tablero. También se puede observar la pasividad de los estudiantes manifestada en sus posturas corporales, estos se limitaban a copiar en sus cuadernos. La Docente 2, no se cercioraba que el saber disciplinar fuera comprendido.

El proceso de enseñanza desde las acciones de la visión retrospectiva limita el aprendizaje de los estudiantes, debido a la ausencia de situaciones acordes a los intereses y al contexto de los

mismos, por lo que no era necesario generar planes de acción para dar solución a las actividades propuestas, así mismo, no se promovía un ambiente de diálogo, análisis y reflexión, debido a la ausencia de diversas preguntas “tanto en el nivel cognitivo que conllevan (recordar, comprender, aplicar y evaluar) como en el tipo de conocimiento que solicitan (factual, conceptual, procedimental)” (González-Weil, *et al.*, 2012, p. 97).

Al analizar la visión retrospectiva, las docentes no posibilitaban la búsqueda de hipótesis y la elección de la información relevante, debido a que al ser las protagonistas de las clases, eran la fuente para el saber enseñado; como se muestra a continuación.

Docente 1	Docente 2
<p>D: en nuestro sistema de numeración decimal, la posición más elemental es la unidad, diez unidades se convierten en una decena, diez decenas en una centena, luego de las centenas viene una agrupación llamada miles, diez centenas forman una unidad de mil y luego vendría...decena de...</p> <p>Es: -dos mil-</p> <p>D: -¿decena de dos mil? Decena de mil y el mayor sería centena de mil.- (Realizo con mis manos una escalera, para indicar lo escalonado del sistema de numeración decimal)</p> <p>(Díaz, 2016, p. 11)</p>	<p>D: (escribe en el tablero al mismo tiempo que expresa de manera oral el texto que se registra en el libro guía de 9 grado)</p> <p>“la suma de patos y vacas es 132 y la de sus patas es 402” todos sabemos que cada pato tiene 2 patas y cada vaca 4.</p> <p><math>p</math> = número de patos y <math>v</math> = número de vacas</p> <p>La suma de los animales es 132: <math>p + v = 132</math></p> <p>La suma de las patas es 402 (dos patas por pato y cuatro por vaca): <math>2p + 4v = 402</math> Tenemos el sistema, ahora procedemos a resolver por el método de sustitución así...</p> <p>(Ruíz, 2016, p. 8)</p>

Fuente: elaboración propia.

El proceso de enseñanza desde el actuar de la visión retrospectiva, conduce a un proceso de mecanización de reglas y normas, podría decirse que básicamente se enseña matemática con exposición, seguida de ejercicios sobre los contenidos vistos. Características que no describen el rol docente desde la metodología de la indagación, en ésta su papel es el de “facilitar y regular el aprendizaje de los estudiantes,... abandonar su papel de fuente de información y actor principal, para pasar a ser un facilitador de la actividad en la cual los alumnos son protagonistas” (Amador *et al.*, 2015, p. 32).

Siguiendo con las interpretaciones de la práctica docente de las investigadoras, se consideran los porcentajes de recurrencia bajos, Tabla 10, en la que se observa que la Docente 1 planteó estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados, 2B–19, con un porcentaje del 2%, con la fase exploración de la indagación práctica, EX–6, posibilitando la búsqueda de hipótesis. Lo anterior no fue muy recurrente en el aula aunque fue considerado en el diseño de la unidad didáctica, por el interés de la docente en que los estudiantes vivenciaran no solo la búsqueda de hipótesis, sino que exploraran alternativas de solución a las actividades de forma individual y colaborativa, para socializar, validar y finalmente conceptualizar.

Mientras que la Docente 2, promovió preguntas que posibilitaron que los estudiantes en la socialización de resultados, 2B–24, ocurriendo simultáneamente un 1% la fase exploración de la indagación práctica, EX–9, búsqueda y elección de información relevante para el desarrollo de las situaciones planteadas. El porcentaje de recurrencia fue mínimo, porque durante la implementación de la unidad didáctica, la docente mostró interés en el uso de preguntas no solo para orientar la búsqueda de diversas fuentes de información en el desarrollo de las distintas situaciones propuestas, sino como recurso para que los estudiantes experimentaran con el triángulo y su clasificación según sus lados y ángulos, razonaran, socializaran, validaran y resolvieran las situaciones planteadas.

### **4.3 Interactividad**

La categoría *interactividad* es entendida como el resultado de la relación de los participantes profesor – alumno, la cual surge de la actividad conjunta que se va generando durante los procesos de enseñanza y aprendizaje con actuaciones articuladas e interrelacionadas. Esta se

puede analizar teniendo en cuenta la actuación de los participantes, su interrelación y evolución a lo largo del proceso y los elementos discursivos (González-Weil, *et al.*, 2012).

Esta categoría se relaciona con la pregunta ¿Qué características tiene la interacción profesor-alumno y de qué manera apoya esta interacción el aprendizaje?

El número de registros codificados para cada una de las subcategorías de la *interactividad* se presentan en la Tabla 11, la que permite identificar las acciones más frecuentes de las investigadoras.

Tabla 11  
*Interactividad*

Categoría	Subcategoría	Docente 1		Docente 2	
		Registros	Porcentaje	Registros	Porcentaje
Interactividad	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.	114	45,78	94	35,6
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.	135	54,22	170	64,4
	Total	249	100%	264	100%

Fuente: elaboración propia.

La contribución de la metodología de la indagación a la práctica de las investigadoras desde la categoría *interactividad*, se observó en el actuar de las docentes, cuando en sus intervenciones posibilitaban un proceso activo, sistemático de negociación y construcción con los estudiantes y a partir de los andamiajes realizados según los requerimientos que presentaban. Se interpretan las recurrencias más altas y bajas observadas de la Tabla 12.

#### 4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.

El proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes está caracterizado por la promoción que las docentes hicieron sobre el trabajo colaborativo, el

aprendizaje autónomo y la construcción compartida de significados (González-Weil, *et al.*, 2012).

La Tabla 12, muestra los porcentajes de recurrencia de los ítems de esta subcategoría con las fases de la indagación práctica, los cuales permiten interpretar la contribución de la metodología de la indagación en el actuar en el aula de las investigadoras.

Tabla 12

*Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes*

Metodología de la indagación – Indagación	3A–25		3A–26		3A–27	
	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.		El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.		El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2
HD-1	12%	10%	6%	14%	10%	13%
HD-2	22%	14%	8%	18%	24%	11%
HD-3	27%	14%	8%	17%	27%	9%
HD-4	15%	7%	6%	9%	15%	14%
EX-5	15%	5%	6%	10%	15%	14%
EX-6	15%	12%	11%	16%	16%	13%
EX-7	<b>29%</b>	8%	14%	11%	27%	17%
EX-8	19%	7%	5%	11%	20%	<b>19%</b>
EX-9	9%	8%	15%	17%	10%	16%
IN-10	20%	8%	<b>4%</b>	10%	20%	18%
IN-11	16%	5%	7%	8%	15%	14%
RE-12	16%	<b>4%</b>	7%	13%	19%	16%
RE-13	14%	5%	6%	9%	17%	15%

Fuente: elaboración propia.

Al analizar la tabla anterior, se observa que la Docente 1, favoreció el trabajo colaborativo a través de las actividades que propuso en el aula para la construcción conjunta del concepto de triángulo, 3A–25, cuya recurrencia fue del 29% con la fase exploración de la indagación práctica, EX–7, sesiones de grupo para exploración cooperativa, cuando acompañaba a los estudiantes o grupos de estudiantes en los procesos que realizaban para obtener conocimientos; mientras que la Docente 2, se apropió de la metodología de la indagación cuando posibilitó la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes sobre el triángulo, la clasificación según sus lados y ángulos, 3A–27, cuya recurrencia fue del 19% con la fase

exploración, EX-8, cuando solicitaba a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones o para obtener información de lo realizado.

Durante la implementación de la unidad didáctica, el proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, interpretado desde la fase exploración de la indagación práctica, se presentó cuando las docentes propusieron actividades como:

Luis José encontró que dos de las tejedoras Wayuu (Ana y Daniel), viven en rancherías diferentes separadas por parte del desierto guajiro, ellos todos los días se citan en el punto medio del camino recto que une las dos rancherías, y pasean por otro camino que se encuentra a la misma distancia de las dos rancherías, allí comparten diseños de mochilas y crean otros.

- a) Realiza un diseño en CABRI que represente la situación.
- b) Desplace los puntos que representan las rancherías y ¿se modifica la construcción?



Durante el desarrollo de esta actividad la docente pasará por los puestos y observará las fortalezas y debilidades de los estudiantes en la búsqueda de estrategias de solución, en caso de que presenten dificultades se les realizará las siguientes preguntas ¿Cómo representamos el camino por el cual pasea la pareja?, ¿Cómo se comprueba que se encuentran siempre a la misma distancia?

Fuente: unidad didáctica (Díaz y Ruíz, 2017, p. 39)

Con este tipo de actividades, las docentes promovieron la construcción de nuevas relaciones conceptuales, estimularon la autoestima, la creatividad, la resolución de problemas, “promoviendo las capacidades de aprendizaje autónomo y autorregulado” (Amador, *et al.*, 2015, p. 63).

Asimismo, a través de la negociación y construcción con los estudiantes, las docentes favorecieron el trabajo colaborativo posibilitando que estos reconstruyeran el conocimiento sobre el triángulo, con la realización de preguntas orientadoras y retadoras y con respuestas acordes a las inquietudes presentadas, debido a que al “plantear preguntas... los estudiantes están comprometidos en contestar preguntas de verdadero interés para ellos, las cuales han estimulado su curiosidad” (Harlen, 2013, p. 18). Como se muestra en los siguientes fragmentos para las Docentes 1 y 2 respectivamente:

Docente 1	Docente 2
-----------	-----------

<p>(Los estudiantes escriben en sus cuadernos, los aprendizajes obtenidos acerca de la construcción de los triángulos)</p> <p>D: ... ¿Qué has escrito?</p> <p>EJDA: los triángulos son figuras de tres lados, tres vértices y tres ángulos, para dibujarlos se utiliza compás, regla, transportador...</p> <p>D: con que lo haces, lo dejaste claro, al mencionar el compás, la regla, el transportador, pero ¿cómo lo construyes? Es decir, el paso a paso para la elaboración, primero se hace... después se hace... El paso a paso que haces para construirlo.</p> <p>EJDA: ahh... ya se profe. Tomo una regla...</p> <p>D: Viste que si sabes, tomas una regla y que más, trazas un... (Díaz, 2017, p. 3)</p> 	<p>D: Cuéntame ¿qué estás haciendo?</p> <p>E: Estamos midiendo los lados y los ángulos de los triángulos para responder las preguntas</p> <p>D: ¿qué tipo de ángulo tratas de representar?</p> <p>E: Un ángulo recto</p> <p>D: Un ángulo recto, ¡ha!, ¿Cómo se forma?</p> <p>E: porque mide <math>90^\circ</math> y se forma con dos rectas perpendiculares</p> <p>D: Con ese ángulo ¿qué triángulo estas tratando de construir?</p> <p>E: un triángulo rectángulo, que tenga dos lados iguales</p> <p>D: ¿porque quieres hacerlo así?</p> <p>E: porque se ve mejor cuando hacemos los diseños</p> <p>D: y ese otro triángulo ¿Cuánto miden sus ángulos?</p> <p>(Ruíz, 2017, p. 10)</p> 
---	---

Fuente: elaboración: propia.

En relación a los anteriores fragmentos e imágenes se observa como la Docente 1, acompañó oportunamente a los estudiantes en los procesos realizados, manteniendo un diálogo constante con ellos, flexibilizando su estrategia acorde a sus necesidades de aprendizaje y a las inquietudes presentadas por los mismos, planteando nuevas preguntas para que descubrieran contradicciones en sus respuestas o para que se dispusieran a otros interrogantes, es decir, “integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para el alumno, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos de sus estudiantes, acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes” (Mesa, citado en Múnera, 2009, p. 3).

En el caso de la Docente 2, según el fragmento y la imagen se puede inferir que por medio de preguntas orientadoras solicitó a los estudiantes la explicaciones sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones o para obtener información de lo realizado por ellos, lo que permitió un proceso dialógico en el aula, debido a que “el discurso juega un papel fundamental en el desarrollo de la interacción en el aula para contribuir a la comprensión de los procesos de



participación y negociación para compartir y desarrollar significados matemáticos” (García, *et al.*, 2013, p. 287).

Las características descritas e interpretadas desde la metodología de la indagación en las actuaciones en el aula por parte de las docentes investigadoras, no fueron observadas en la visión retrospectiva. En el caso de la Docente 1, limitaba la participación de los estudiantes por tanto no posibilitaba la construcción conjunta del saber a enseñar. De igual modo, no hay registros de la comunicación de los estudiantes del trabajo realizado ni del uso del lenguaje propio de la asignatura por parte de ellos. En el fragmento se observan dichos aspectos:

D: catorce mil, es decir, que tú no te puedes gastar más de esas catorce mil monedas y te toca comprar: carro, el traje, el casco y los guantes... Hay tres tipos de carro, el carro azul ¿Cuánto cuesta?...

E3: doce mil novecientos noventa

D: ¿Doce mil novecientos noventa? Ehh...

E4: ciento veinte nueve...

D: a ver quien sepa que levante la mano ¿Cuánto cuesta el carro azul?

E5: ciento veinte, ciento veinte y nueve- responde el estudiante.

D: ¿Así se lee ese número?

E: Mil doscientos cuarenta

(Lo miro detenidamente porque habló sin tener la palabra)

E6: -Este... ciento veinte mil noventa-

E7: -Mil ciento... Ciento veinte mil nueve-

D: ¿Quién tiene otra apreciación? Ahh... ver JA...

E8: -doce mil noventa-

D: -muy bien está... Listos. ¿Por qué nos equivocamos es eso? (Díaz, 2016, p. 10)



Fuente: elaboración propia.

Realizar el proceso de enseñanza bajo las particularidades anteriores en donde la docente realiza explicaciones orales sobre los contenidos ocupando casi toda la totalidad del tiempo de la clase, donde la participación de los estudiantes es limitada, induciéndolos a que reproduzcan lo que el profesor dice y hace, reduce el proceso de enseñanza a una acción expositiva, como se observa en la foto, en donde la comunicación es unidireccional, desconociendo que

En desarrollo de la actividad matemática de aprendizaje, los alumnos llevan a cabo procesos matemáticos con los cuales se enfrentan a la exploración y estudio de la tarea, mediante la interacción con sus compañeros y el profesor desarrolla el proceso de compartir y desarrollar significado matemático. (García, *et al.*, 2013, p. 294)

Por su parte la visión retrospectiva de la Docente 2, se caracterizó por la ausencia de retroalimentaciones que debió realizar cuando un estudiante mostró vacíos o errores ante alguno de los contenidos abordados. Ejemplo de ello es:

D: Consideremos una de las ecuaciones lineales del problema  $2y - x = 8$ , para realizar la gráfica debemos primero encontrar dos soluciones a dicha ecuación. Para realizar el gráfico debemos despejar la variable  $y$  de la ecuación, para luego realizar una tabla. ¿Quién de ustedes pasa al tablero y realiza el proceso?

E1: ¡nunca he entendido eso de despejar!

E2: yo profe, yo lo hago

D: listo, el marcador es todo tuyo...

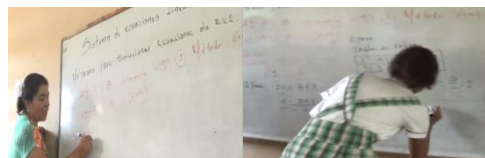
E2: para despejar  $y$ ,  $x$  que está restando, lo pasamos a sumar y el coeficiente de  $y$  como es cero no pasa nada

E3: no es cero es uno

E4: pasa a dividir

E1: pero ¿Cómo se despeja?

D: muy bien E2, queda así  $y = (8 + 2x)$ , (Ruíz, 2016, p. 3)



Fuente: elaboración propia.

En el fragmento y las imágenes se observa que los estudiantes presentaban dificultades en el despeje de ecuaciones, en donde la docente omitió y continuó con la clase sin dar una retroalimentación del tema, sin atender las inquietudes, sin tener en cuenta que “las teorías sobre la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información” (Batanero, Font y Godino, 2003, p. 70).

En el análisis de la práctica docente de las investigadoras, se hace pertinente analizar los índices porcentuales de recurrencia bajos en la Tabla 12. En donde la Docente 1, hace uso de estrategias que posibilitaron el aprendizaje autónomo, 3A–26, ocurriendo simultáneamente en un 4%, con la fase integración de la indagación práctica, IN–10, construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del problema planteado.

Esta situación tuvo lugar porque a pesar de que fue planeado en la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, fue necesario flexibilizar las estrategias haciendo uso de preguntas,

contra preguntas, que no se encontraban estructuradas en dicha unidad para que los estudiantes pudiesen comprender las situaciones planteadas y las desarrollaran cooperativamente.

Mientras que la Docente 2, promovió el trabajo colaborativo a través de las actividades que propuso en el aula, 3A–25, la cual ocurrió simultáneamente en un 4% con la fase resolución, RE–12, evaluación de la solución propuesta. La investigadora a pesar de que diferentes actividades planeadas en la unidad didáctica promovieron la sesiones en grupos, en muy pocas ocasiones evaluó la solución propuesta por los equipos de trabajo, limitándose a que estos socializaran los resultados sin previa evaluación grupal, la que fue realizada pero luego de la socialización, ya que su interés era que los estudiantes descubrieran sus propios errores con los aportes de toda la clase.

#### 4.3.2. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes, se refiere a la asistencia que el docente brinda a sus educandos prestando apoyo permanente durante toda la clase (González-Weil, *et al.*, 2012) que sirve como guía para ejecutar las actividades hasta poder realizarlas por sí solos.

Las características de la metodología de la indagación en el actuar en el aula de las investigadoras, se interpretan a partir de la Tabla 13, en donde se presentan los porcentajes de recurrencia de los ítems del andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes con las fases de la indagación práctica.

Tabla 13  
*Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes*

	3B–28	3B–29	3B–30
Σ e d o o o	El docente integra los	El docente hace preguntas que	El docente estimula a

	saberes previos con el nuevo aprendizaje.		tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje.		través de actitudes positivas a los estudiantes.	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2
HD-1	14%	10%	16%	17%	7%	2%
HD-2	29%	20%	10%	8%	5%	1%
HD-3	<b>30%</b>	11%	12%	10%	7%	1%
HD-4	14%	8%	19%	19%	5%	3%
EX-5	18%	9%	23%	26%	4%	3%
EX-6	17%	16%	14%	11%	3%	1%
EX-7	6%	11%	21%	10%	20%	6%
EX-8	19%	13%	18%	15%	5%	2%
EX-9	15%	8%	5%	5%	<b>2%</b>	<b>1%</b>
IN-10	14%	9%	21%	15%	5%	5%
IN-11	17%	7%	23%	10%	12%	<b>38%</b>
RE-12	19%	13%	15%	18%	5%	2%
RE-13	16%	10%	25%	13%	5%	3%

Fuente: elaboración propia.

Al analizar la Tabla 13 se observa que la Docente 1, al integrar los saberes previos con el nuevo aprendizaje, 3B–28, presentó una recurrencia del 30% con la fase hecho desencadenante de la indagación práctica, HD–3, al desarrollar el concepto de triángulo a través de situaciones problemas basados en el contexto Guajiro.

Asimismo, la Docente 2 se apropió de la metodología de la indagación cuando estimuló a sus estudiantes a través de actitudes positivas, 3B–30, ocurriendo simultáneamente con la fase integración de la indagación práctica, IN–11, en un 38%, cuando a través de la sistematización progresiva de las ideas: integró información, intercambió opiniones, construyó sobre otras ideas, presentó explicaciones, o cuando ofreció soluciones explícitas.

Acorde a lo anterior, la Docente 1 durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, permitió con las actividades propuestas que sus estudiantes exploraran sus saberes previos sobre geometría tales como: punto, recta, segmento, para apropiarse del concepto de triángulo, su clasificación según sus lados y ángulos, y algunas de sus propiedades con situaciones propias del contexto, como se muestra a continuación:

Continuemos trabajando y miremos que pasa con esos triángulos, usemos 15 minutos para esta actividad, pareja que los realice me avisa por favor.

(Inicio el acompañamiento. Los estudiantes inician haciendo los triángulos, como se les presentaron)

EJY: profe venga hágame el favor.

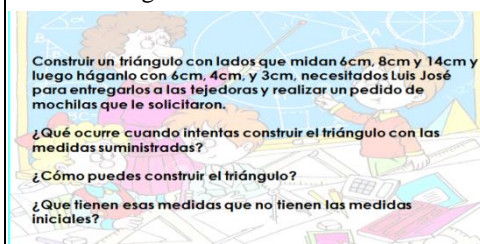
D: si claro.

EJY: vamos a empezar trazando el segmento mayor el de 14 cm, después el de 8cm y terminamos con el de 6cm.

D: listos inician (cuando hacen varios intentos y no resultan)

EJY: profe eso no nos sale.

D: bueno sigan intentando.



EJY y EJA: profe vamos a seguir con el segundo triángulo.

Este si nos da profe.

D: chicos pensemos ¿Qué ocurre cuando intentas construir el triángulo con las medidas suministradas?

EJA: profe un triángulo si nos dio pero el primero no

D: ¿Que tienen esas medidas que no tienen las medidas iniciales?

EJY: profe el primero lo intentamos hacer de varias formas y ninguna nos resultó, creemos que los lados no están tienen la

longitud que debe ser. (Díaz, 2017, p.16)

Fuente: elaboración propia.

En este sentido, la docente incorporó preguntas que captaron la atención de los estudiantes, posibilitando la exploración de ideas previas y el desarrollo de las competencias matemáticas, haciendo uso de situaciones problemas contextualizadas, “utilizando recurrentemente refuerzos sociales hacia los estudiantes para disponerlos positivamente al aprendizaje” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 89).

Por otra parte, la Docente 2 mediante una constante interacción social, estimuló a través de actitudes positivas a los estudiantes, logrando la atención y el interés por la clase, formulando preguntas que tenían relación con sus inquietudes y que surgieron del proceso de aprendizaje. Un ejemplo se presenta en la siguiente sección de la transcripción:

D: al pasar por sus grupos pude observar que solo utilizaron el compás para trazar la circunferencia

E: seño, yo uso el compás solo para hacer circunferencias, y no lo sé utilizar para hacer triángulos

D: Bien chicos, muy bien. Varios de sus compañeros me han manifestado que no saben construir triángulo haciendo uso del compás, presten atención, vamos a hacerlo y para ello me van a colaborar. ¿Quién me puede

ilustrar como construir una circunferencia con el compás?, ¡animó, sé que ustedes pueden! Brindando una sonrisa (Un grupo de estudiantes manifiestan saber hacerlo, la docente le pide a uno de ellos que pase al tablero y la realice) E: yo señó (el estudiante pasa al tablero)  
 E: se hace así (el estudiante utilizando el compás traza la circunferencia)  
 D: observo, que E, construye una circunferencia, con un poco de dificultad pero lo hace muy bien.  
 E: profe y ahora ¿cómo construimos el triángulo?  
 D: ¿Qué podrías hacer para encontrar dos puntos de intersección entre dos circunferencias?  
 E: construyendo una y luego la otra tratando de que se corten  
 D: excelente, ¿Qué pasaría si trazas un segmento entre las dos circunferencias y luego unes los extremos con uno de los puntos de corte?  
 E: ya, lo hice, sale un triángulo, y si uno el otro punto salen dos.  
 D: muy bien, pero todos deben hacerlo. ¡Animo! (Ruíz, 2016, p. 15)

Fuente: elaboración propia.

La Docente 2 promovió un diálogo constante con sus estudiantes, que le permitió analizar cómo se está dando la construcción del saber y hacer los ajustes necesarios, ofrecer el andamiaje adecuado, hacer la retroalimentación pertinente y oportuna, reformulando sus prácticas. Lo anterior por “cierta actitud indagatoria hacia su propia vida, donde éste se concibe no sólo como un “enseñante”, sino también como un aprendiz permanente, capaz de reflexionar acerca de su quehacer y transformarlo para su mejora” (González-Weil, *et al.*, 2012, p. 3).

De esta manera al apropiarse de la metodología de la indagación en la enseñanza del triángulo, se observó cómo pudo flexibilizar el proceso, utilizando estrategias para que los estudiantes realizaran una exploración activa de las diferentes maneras en que se presentaban las clases de triángulo haciendo uso de preguntas, de recolección y análisis de datos y la confrontación de ideas entre ellos mismos.

Las acciones descritas en los párrafos anteriores no fueron observadas en la visión retrospectiva de las investigadoras; se observó que las frecuencias en las que realizaban apoyo al estudiante en la construcción de los nuevos aprendizajes fueron relativamente bajas, debido a que sus acciones se limitaban a la explicación de los contenidos, dando muy pocas oportunidades a los educandos de participar en la clase, como se presenta a continuación:

Docente 1	Docente 2
<p>D: -Tres mil, entonces serían diez mil más tres mil, vamos por trece mil, más cuánto...</p> <p>Es: -quinientos, trece mil quinientos-</p> <p>D: -¿Entonces cuánto cuesta el segundo modelo? Bueno, usted va a escribir lo que vale, lo que vale...</p> <p>E4: -Seño ¿Cómo es?-</p> <p>D: -Lo que debes hacer es escribir lo que te da de sumar estas tres cantidades- y lo vas a escribir acá. (Señalo donde lo debe escribir)</p> <p>E4: - ¿Lo que está ahí?-</p> <p>D: -Escúchame, lo que te resulta de sumar estas tres cantidades. -Listos- -Modelo tres...- ¿Está bonito o no está bonito el modelo tres?</p> <p>Es: -Siiiiiii... noooo-</p> <p>D: -Bueno vamos a ver. El modelo tres... epa epa epa- (Los estudiantes hablan entre ellos, por lo que debo llamarles la atención)</p> <p>E5: -Doce mil trescientos-</p> <p>D: -Vale cuánto... vamos a ver si estamos en la misma línea- (Doy unas palmadas) El modelo uno vale... Doce mil... noventa, el modelo dos vale... ¿Quién es el que sabe? (Miro de un lado al otro)... (Díaz, 2016, p. 12)</p>	<p>D: explica el ejercicio que tiene el estudiante 2 al resto de la clase. Hay dos formas de resolver esto (escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra): <math>2y+x -2=12</math></p> <p>E: resuelve la ecuación <math>2x - 3 = 11</math> y retorna mostrando dificultades en el procedimiento.</p> <p>(la docente corrige el ejercicio resuelto por el estudiante, expresando lo que va realizando en la pizarra, sin percatarse si la clase está o no atenta)</p> <p>(Los estudiantes se ríen y conversan entre ellos. Se levantan de sus asientos. Uno pregunta ¿cuánto falta para el recreo?)</p> <p>D: (Sigue escribiendo ejercicios en el tablero y suena el timbre del recreo).</p> <p>D: Vamos a seguir haciendo ejercicios, deben practicar en casa. Si no entienden, vallan consultando ejemplos, que vamos a hacer muchos ejercicios hasta que les salgan bien.</p> <p>(Ruíz, 2016, p. 4)</p>

Fuente: elaboración propia.

En los fragmentos se observa que las docentes en su afán por abordar los contenidos, no atendieron las inquietudes de los estudiantes, se limitaron a realizar exposiciones de la temática desarrollada, sin despertar el interés por la clase, sin tener presente los diferentes ritmos de aprendizaje.

Realizar el proceso de enseñanza bajo las características anteriores, limita la participación por parte de los estudiantes, prevaleciendo una interacción unidireccional, en donde las docentes formularon preguntas cerradas y específicas que requieren de respuestas fácticas por parte de los estudiantes, que a su vez son aceptadas como válidas, en la medida que coincidan con el discurso previamente preparado, lo que puede llevar a un efecto negativo sobre el aprendizaje, “debido a que las interacción que se promueven y desarrollan en el aula, se revelan como un instrumento útil si lo que se desea es conseguir la autonomía y la autorregulación del proceso de aprendizaje” (Ibáñez y Gómez, 2005, p. 107).

Por otra parte, al analizar los índices porcentuales bajos, en la Tabla 13, se observa que las docentes investigadoras al estimular a los estudiantes con actitudes positivas, 3B–30, ocurrió un 2 y 1%, con la fase exploración de la indagación práctica, EX–9, búsqueda de información relevante, para las Docentes 1 y 2 respectivamente.

Se interpreta que las docentes brindaron apoyo a los estudiantes en la realización de las actividades para que analizaran e integraran los conceptos de manera adecuada estimulándolos con actitudes positivas, pero muy poco promovieron la búsqueda de información relevante, limitando la selección de información a las guías, situaciones propuestas y conocimientos previos, lo anterior se dio porque en la unidad didáctica no fue planeado que los estudiantes utilizaran otro tipo de fuentes de información para el desarrollo de las actividades propuestas.

Frente al análisis de la presente categoría, el tercer objetivo de esta investigación buscó interpretar la contribución de la metodología de la indagación en la *interactividad*, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del triángulo en el grado quinto, se encontró que en el proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, las docentes investigadoras al relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, a través de situaciones problemas propias del contexto; favorecieron el trabajo colaborativo, lo que posibilitó el aprendizaje autónomo, logrando de esta manera una construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes sobre el triángulo.



## Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas luego de la interpretación de la contribución de la metodología de la indagación en la práctica docente de las investigadoras a partir de las categorías *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*, durante la implementación de la unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación para la enseñanza del triángulo en grado quinto; de igual modo, se proponen recomendaciones para futuros procesos de enseñanza y aprendizaje.

### 5.1 Conclusiones

Analizar los aspectos relacionados con la práctica de las docentes observadas a partir de las tres categorías *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*, permitió la reflexión sobre sus fortalezas y debilidades, y reconocer que es posible implementar metodologías como la de la indagación que contribuyan con su quehacer en aula.

Al reflexionar la práctica docente de las investigadoras, la metodología de la indagación contribuyó en la planeación de situaciones problemas para la enseñanza del triángulo, algunos de sus elementos y la clasificación según sus lados y ángulos, acorde a las necesidades e intereses de los estudiantes y a sus vivencias cotidianas, con las que posibilitaron espacios para la acción, comunicación, validación, articulación de los saberes previos con el saber disciplinar, la búsqueda de alternativas para comprender y descubrir posibles soluciones, la manipulación de recursos como la regla, el compás, el transportador, las diferentes guías, el software Cabri II; usados como mediadores en la construcción conjunta de significados referidos al triángulo, actividades que le fueron significativas, teniendo la oportunidad de utilizar contenidos de otras

asignaturas que les permitía a su vez, obtener una visión integradora –interdisciplinaria– de todo lo que se aprende en el aula.

Con las actividades diseñadas y el trabajo colaborativo propuesto, los estudiantes asumieron un rol protagónico producto del interés generado en ellos el desarrollo de las situaciones problemas y de la función de las investigadoras de orientadoras, guías y acompañantes del proceso.

Asimismo, la metodología de la indagación contribuyó, en el uso de preguntas orientadoras y retadoras que promovieron el diálogo en el aula, solicitar información de lo realizado, el desarrollo de ideas y habilidades indagatorias, posibilitando el proceso de enseñanza del triángulo enfocado al quehacer científico, la adquisición de conocimientos, capacidades, actitudes y el uso del lenguaje propio del área.

Con la potencialidad del lenguaje, el desarrollo de diversos tipos de comunicación, la articulación de los saberes previos y el nuevo aprendizaje, la institucionalización a partir de los procesos realizados, pensamiento crítico y la autorregulación, la metodología de la indagación contribuyó en la práctica docente de las investigadoras, cuando estas posibilitaban que los estudiantes construyeran conjuntamente el objeto matemático, generando espacios para la comprensión de este.

Al implementar en la enseñanza de la matemática, este tipo de metodologías y diferentes herramientas que le permitan al estudiante visualizar, manipular y sobre todo participar activamente de su proceso de enseñanza aprendizaje, se potencia no sólo el pensamiento matemático, sino la construcción de valores, la comunicación, la aceptación por la diferencia, la autonomía y la autorregulación.

La metodología de la indagación contribuyó en las prácticas de las investigadoras en la creación de espacios para el diálogo con los estudiantes, fortaleciendo la relación docente – estudiante y la vivencia de actitudes positivas. De igual modo, contribuyó en la presentación de andamiajes a partir de los requerimientos de los educandos, quienes al tener un rol activo desarrollaron las sesiones de clase abierta y participativamente, generando nuevas ideas y socializando los resultados obtenidos.

En el mismo sentido, la apropiación de la metodología de la indagación promovió nuevos ambientes de enseñanza y aprendizaje, debido al rol adquirido por las autoras quienes provocaron el desarrollo de aprendizajes significativos y relevantes en un clima de confianza, seguridad afectiva, empatía y cooperación, por medio del diseño, planeación e implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo, fundamentada en la metodología mencionada y las situaciones didácticas de Brousseau.

## **5.2 Recomendaciones**

Del análisis e interpretación de la práctica docente de las investigadoras y de los índices porcentuales de recurrencia bajos, surgen oportunidades de mejora y la necesidad de reflexionar permanente el quehacer en el aula.

Se sugiere continuar con la presentación de situaciones problemas contextualizadas, acorde a los intereses de los estudiantes, acompañadas de actividades de trabajo individual y colaborativo de búsqueda de información, formulación de hipótesis, articulación de los saberes existentes con el saber a enseñar, integración, validación y socialización de ideas que conlleve a la construcción de sentido y significado al objeto de estudio, a través del uso de preguntas retadoras y la manipulación de variados recursos.

Asimismo, se recomienda continuar con el rol de docente orientador, guía y motivador de tal manera que los estudiantes demuestren actitudes de interés y agrado hacia el proceso de aprendizaje, que los lleve a autorregularse.

Se hace necesario continuar investigando sobre la metodología de la indagación y su aplicación en el aula de tal manera que permita desarrollar pensamiento matemático, hasta lograr prácticas exitosas que hagan que todos los actores participantes en el proceso educativo, se sientan partícipes de la construcción de su conocimiento y aptos para desenvolverse en contextos sociales que impliquen competencias matemáticas.

De igual manera se sugiere que los docentes reflexionen permanentemente sobre sus prácticas, sistematicen sus experiencias y las socialicen en comunidades de aprendizaje, para suscitar en sus compañeros de institución la inquietud de apropiarse de metodologías como la indagación para el fortalecimiento de su quehacer en el aula.

### Referentes bibliográficos

Amador, J., Rojas, J. y Sánchez, H. (2015). *La indagación progresiva con ayudas hipermediales dinámicas en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina*. Recuperado de

file:///C:/Users/LUIS%20H/Downloads/Libro%20IP%20con%20AHD%20San%20Andrés%20UTP%20(1).pdf el 27 de noviembre de 2017.

Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación? *Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.*, 6 (2), 80-106. Disponible en [https://www.researchgate.net/publication/39265020\\_La\\_ensenanza\\_de\\_las\\_matematicas\\_en\\_camino\\_de\\_transformacion](https://www.researchgate.net/publication/39265020_La_ensenanza_de_las_matematicas_en_camino_de_transformacion) Recuperado el 21 de noviembre de 2017.

Batanero C., Font, V. y Godino, J., (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje para maestros*. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros>

Briones, G. (1999). Investigación y Docencia: Hacia una Educación Superior de Calidad. Problemas y Perspectivas. *Revista Enfoques Educativos*, Vol.2(Nº1). Recuperado [https://www.researchgate.net/publication/291339470\\_El\\_Asesoramiento\\_Curricular\\_a\\_los\\_Establecimientos\\_Educativos\\_De\\_los\\_Enfoces\\_Tecnicos\\_a\\_la\\_Innovacion\\_y Desarrrollo\\_Interno#pf18](https://www.researchgate.net/publication/291339470_El_Asesoramiento_Curricular_a_los_Establecimientos_Educativos_De_los_Enfoces_Tecnicos_a_la_Innovacion_y Desarrrollo_Interno#pf18) el 27 de noviembre de 2017.

Brousseau, G. (1997): *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Bustos, A. (2011). *Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita* (Tesis Doctoral). Universidad de Barcelona.

Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez, y Garza. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. Recuperado de: <https://www.researchgate.net/publication/261363590>

- Cerda, H. (1991). Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSakE/view>.
- Céspedes, G., y González, G. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.
- Coll, C. (1991). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Recuperado de <https://issuu.com/hansmejiaguerrero/docs/aprendizaje-escolar-y-construccion>- el 27 de noviembre de 2017.
- Cristóbal, C. y García, H. (2013). *La indagación científica para la enseñanza de las ciencias. Ministerio de Educación del Perú y Universidad Peruana Los Andes. I.E.P María Auxiliadora - Huancayo – Perú* Recuperado de <file:///C:/Users/LUIS%20H/Downloads/Dialnet-LaIndagacionCientificaParaLaEnsenanzaDeLasCiencias-5420523.pdf> el 27 de noviembre de 2017.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. México D.F., México: Reverté ediciones
- De Lella, C. (1999). *I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación. Modelos y tendencias de la Formación Docente*. Lima, Perú: Organización de estados iberoamericanos. Recuperado de <http://www.oei.es/historico/cayetano.htm> el 27 de noviembre de 2017
- Díaz Pérez K. (2016). *Transcripción sesiones de clase de la visión retrospectiva*. Riohacha.
- Díaz Pérez K. (2017). *Transcripción de la práctica docente durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo*. Riohacha
- Dumoulin, Monique. (2016). El triángulo – la perfección la armonía y sabiduría. Espacio de la Geometría Sagrada. Recuperado de <http://espaciodegeometriasagrada.com/el-triangulo-la-perfeccion-la-armonia-y-sabiduria/>. El 10 de agosto de 2017

Escamilla, A. (1992): *Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula*. Zaragoza: Luis Vives. Colección Aula Reforma

Flórez, S. (2017). *La Práctica Docente Mediada por una Unidad Didáctica Fundamentada en la Metodología de la Indagación, para la Enseñanza de la Estructura Multiplicativa en el Grado Tercero* [Tesis de Maestría]. Recuperado 21 agosto, 2018, de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8114/3727F634.pdf?sequence=1>

García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, S. y Cortés, D. (2013). *Competencia matemática y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia

García Montero, I. (2008). *La autorregulación del aprendizaje escolar*. Recuperado de <http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1MT50L57V-1J7WMX5-1503/0507G095.pdf> el 28 de febrero de 2018

Gil, D., y Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de <file:///C:/Users/LUIS%20H/Downloads/ciencias.pdf> el 23 noviembre de 2017.

Godino, J., Ruíz F. (2002). *Geometría y su Didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> el 20 de junio de 2017.

Gómez, M. (2001). *Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/5\\_Situaciones.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/5_Situaciones.pdf) . El 29 de noviembre de 2017

Gómez, José Luis Díaz. 2002. APUNTES DE HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS. 2002. Recuperado de

[https://issuu.com/abelgalois/docs/apuntes\\_de\\_historia\\_de\\_\\_las\\_matematicas\\_volumen\\_1](https://issuu.com/abelgalois/docs/apuntes_de_historia_de__las_matematicas_volumen_1)  
El 26 de agosto de 2017

- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (Tesis doctoral). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España.
- González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, J. y Abarca, A. (2012). La Indagación científica con enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencias en EM. *Estudios Pedagógicos* 38 (2). 85-102. Recuperado [http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-07052012000200006](http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052012000200006) el 27 de noviembre de 2017.
- González-Weil, C., Martínez, M., Martínez, C., Cuevas, K. y Muñoz, L. (2009). *La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico*, 35(1), 63-78. Recuperado de [http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-07052009000100004](http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052009000100004) el 23 de noviembre de 2017.
- González, P. (2003). *La Historia de la Matemática como recurso didáctico e instrumento de integración cultural de la Matemática*. España. Recuperado de: <http://www.xtec.cat/sgfp/llicencies/200304/memories/teoremapitagores.pdf> [Consultado el 6 de septiembre de 2017]
- Grisales, L., González, E. (2014). *Distintas lecturas de la pregunta como mediación didáctica para la traducción de saberes en la educación superior o acerca de un estado en cuestión*. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior*, e19 (1), 251:266. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/2191/219130127012.pdf> el 20 de agosto de 2018.
- Harlen, W. (2013). *Evaluación y Educación en Ciencias basada en la indagación: aspectos de la política y la práctica*. Recuperado de <http://www.interacademies.net/File.aspx?id=22671> el 27 de noviembre de 2017.



- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Obtenido de <http://www.lapaginadelprofe.cl/UAconcagua/7Dise%C3%B1osnoExperimentales.pdf>.
- Instituto de Matemáticas PUCV. (2016). Instituto De Matemáticas. Recuperado de: <http://158.251.72.52/sitio/moodle/file.php/1/Situaciones%20Didacticas/Que%20son%20las%20Situaciones%20Didacticas.pdf>
- Ibáñez, y Gómez. (2005). La Interacción y la Regulación de los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje en la Clase de Ciencias: Análisis De Una Experiencia. *Enseñanza de las ciencias revista de investigación y experiencias didácticas*, 23(1), 97-108. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/22007>
- ISCE. (2017). *Índice sintético de calidad*. icfesinteractivo.gov.co 2017.
- Jacq Christian. (1988). *El Egipto de Los Grandes Faraones. La historia y la leyenda*. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/129560679/El-Egipto-de-Los-Grandes-Faraones-Christian-Jacq>
- Ley General de Educación, (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994*. Disponible en [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf) el 23 noviembre de 2017.
- Martínez Nicolás, M., y Saperas Lapiedra, E. (2011). *La investigación sobre Comunicación en España (1998-2007)*. Análisis de los artículos publicados en revistas científicas. *Revista latina de comunicación social*, (66).
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Obtenido de MEN: recuperado el 22 de septiembre de 2016, de <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>
- Ministerio de Educación Nacional, (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Disponible en [www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf) el 23 de noviembre de 2017.

- Ministerio de Educación Nacional. (2011). *Programa para la transformación de la calidad educativa*. Disponible en [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles310661\\_archivo\\_pdf\\_guia\\_actores.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles310661_archivo_pdf_guia_actores.pdf) Recuperado el 27 de octubre de 2017.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Reporte de la excelencia*. Obtenido de colombiaaprende: [https://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2017/244001002879.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2017/244001002879.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional (2018). Resultados pruebas SABER. [icfesinteractivo.gov.co](http://icfesinteractivo.gov.co) 2018. Resultados saber 3° y 5°
- Múnera, J. (2012). *Diseño de situaciones problema dinamizadoras de pensamiento matemático escolar*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/759/>. Recuperado 15 agosto, 2017.
- Navarro, C. (2012). *La Figura Geométrica Indeformable: Fuerza del triángulo*. Disponible en <http://cenavarro.blogspot.com/2012/11/la-figura-geometrica-indeformable.html> Recuperado 15 agosto, 2017
- Rico, L. (2007). *La competencia matemática en PISA*. PNA, 47-66. Disponible en [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/conocimiento/La%20Competencia%20Matem%C3%A1tica%20en%20Pisa\\*Rico,%20Luis\\*competencia%20en%20PISA.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/conocimiento/La%20Competencia%20Matem%C3%A1tica%20en%20Pisa*Rico,%20Luis*competencia%20en%20PISA.pdf) Recuperado el 19 de noviembre de 2017.
- Rico, L. (2012). *Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Avances de Investigación en Educación Matemática*.
- Ruíz, M. (2016). *Transcripcion Videos vision retrospectiva*. Riohacha, La Guajira.

- Ruíz, M. (2017). (2017). *Transcripción de la práctica docente durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del triángulo*. Riohacha
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5. 2-4. Recuperado [https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria\\_situaciones.pdf](https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf) el 29 de noviembre de 2017.
- Salinas, M. (2011). *Errores sobre el sistema de numeración decimal de estudiantes de magisterio*. Recuperado 21 agosto, 2018, de <http://funes.uniandes.edu.co/1276/>
- Sanmartí, N. (2000). *Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias*. Barcelona: Marfil.
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. Recuperado de <http://ocw.pucv.cl/cursos-1/didactica-i/materiales-de-clases-1/09-la-unidad-didactica-en-el-paradigma-constructivista> 29 de noviembre de 2017.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Uzcátegui, Y. y Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. *Revista de Investigación*, 37(78). Recuperado [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1010-29142013000100006](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142013000100006) el 27 de noviembre de 2017.
- Valcárcel, M. (2010). *Presentación y explicación de los contenidos: la clase magistral*. España: Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Murcia. Recuperado de [https://www.um.es/c/document\\_library/get\\_file?uuid=6a9e9620-b306-42c8-91e5-cef7198d39e4&groupId=316845](https://www.um.es/c/document_library/get_file?uuid=6a9e9620-b306-42c8-91e5-cef7198d39e4&groupId=316845)
- Zabala, A. (2000). *La Práctica Educativa. Como enseñar*. Barcelona: Editorial Graó.

## Anexos

### Anexo 1. Instrumentos de recolección de información



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



#### INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE INFORMACION

GRADO:

FECHA:

INSTITUCION:

1. Categoría: Secuencia didáctica ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González Weil <i>et al.</i> , 2012)			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
1A Actividad modular	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	1A-1	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	1A-2	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	1A-3	
1B Momentos de la clase flexible	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.	1B-4	
	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B-5	
	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	1B-6	
1C Orientación explícita de la actividad	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	1C-7	
	El docente facilita y regula el aprendizaje.	1C-8	
1D El docente como guía	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	1D-9	
	El docente promueve en los estudiantes la socialización de resultados.	1D-10	

2. Categoría: competencia científica ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Apropiación de conocimientos			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. (Enfocados al quehacer científico: formular, resolver problemas, actitud crítica rigurosa)	El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	2A-11	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	2A-12	
	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	2A-13	
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	2A-14	
	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	2A-15	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, de donde obtiene información de lo realizado por los estudiantes.	2A-16	
	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	2A-17	
	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	2A-18	
2B Enseñanza de las competencias disciplinares (Centradas en el estudiante, organizados en grupos, guiados por el docente, hacen experimentos, etc.)	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	2B-19	
	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	2B-21	
	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	2B-22	
	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	2B-23	
	El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	2B-24	

3. Categoría Interactividad ¿Qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?			
Subcategorías	Ítems	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	3A-25	
	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	3A-26	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	3A-27	

3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (presenta apoyo pedagógico permanente)	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	3B-28	
	El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje.	3B-29	
	El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	3B-30	

Observaciones generales:

---



---



---



---



---



---



---

## Anexo 2. Matriz para el análisis del instrumento según la indagación práctica

Categoría	Subcategorías	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa	HD-1	
	Exploración de conocimientos previos	HD-2	
	Planteamiento del problema contextualizado	HD-3	
	Involucrar al estudiante	HD-4	
Exploración	Construcción de significados	EX-5	
	Búsqueda de hipótesis	EX-6	
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa	EX-7	
	Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada	EX-8	
	Búsqueda y elección de información relevante	EX-9	
Integración	Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado	IN-10	
	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas.	IN-11	
Resolución	Evaluación de la solución propuesta	RE-12	
	Confirmación y análisis de la explicación	RE-13	

### Anexo 3. Unidad didáctica



MACROPROYECTO DE MATEMÁTICAS:  
LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN PARA LA  
ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA



**NOMBRE DE LA UNIDAD:** ENSEÑANZA DEL TRIÁNGULO **GRADO:** 5°

**Docentes:** KELLYFER MARITZA DÍAZ PEREZ Y MARÍA EUGENIA RUÍZ ESCUDERO

**Institución educativa en donde se implementará:** Institución Educativa Rural Adolfo Antonio Mindiola Robles- Las Flores, Dibulla- la Guajira

**Fecha de presentación:** mayo de 2017

**Objeto matemático:** TRIÁNGULO

✓ **Objetivo general:** identificar las características del triángulo, su construcción y clasificación según lados y ángulos.

**Estándares de competencia:**

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- ✓ Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- ✓ Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- ✓ Resuelvo situaciones problemas que involucran los triángulos, sus características y representaciones.

**Derecho básico de aprendizaje (6):**

- ✓ Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.



**Evidencia de aprendizaje:**


- ✓ Determina las mediciones reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- ✓ Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- ✓ Utiliza transformaciones a figuras en el plano para describirlas y calcular sus medidas.
- ✓ Dibuja figuras planas cuando se dan las medidas de los lados
- ✓ Propone estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.

**Contenidos (Saberes):**

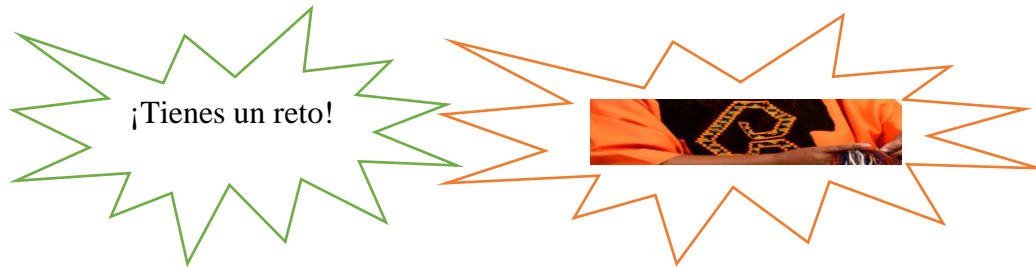
Los siguientes contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, son las bases para la programación de las actividades, que permitirán alcanzar el objetivo propuesto en esta unidad didáctica.

Contenidos Conceptuales	Contenidos Procedimentales	Contenidos Actitudinales
<p>Conceptos básicos de geometría:</p> <p>Punto, recta, segmento, rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>Concepto de ángulo</p> <p>Concepto de Triángulos.</p> <p>Clasificación de triángulos según sus lados y según sus ángulos.</p>	<p>Compara y clasifica figuras (triángulos) bidimensionales de acuerdo con sus elementos (ángulos, vértices) y características.</p> <p>Construye triángulos empleando distintos recursos de trazo y medición.</p> <p>Compara y clasifica triángulos de acuerdo a sus características.</p> <p>Reconoce los elementos geométricos (figuras triangulares) que se encuentran en la Institución Educativa y en su entorno.</p>	<p>Demuestra interés y participa activamente en el desarrollo de las actividades.</p> <p>Valora el error en el uso incorrecto o no de instrumentos de trazo y medición.</p> <p>Demuestra solidaridad con los compañeros que se les dificulta la comprensión de las temáticas, permitiendo que estos alcancen los objetivos propuestos.</p> <p>Cumple su función cuando trabaja en grupo, respeta las funciones de otros y contribuye a lograr productos comunes.</p>

### Sesiones de clase:

Sesión de clase No.1	Tiempo previsto: 90 minutos
<p>Objetivo: reconocer los elementos presentes en los triángulos.</p> <p>La docente ambientará previamente el aula de clases, para el desarrollo de la sesión. La cual iniciará con el saludo por parte de la misma a los estudiantes, la presentación de la situación problema y con ella preguntas orientadoras para que den a conocer los saberes previos que son necesarios para el estudio del triángulo; seguidamente socializarán esos conocimientos previos, los cuales servirán para el trabajo colaborativo propuesto en la situación. Los estudiantes en ese trabajo, compartirán sus apreciaciones, las confrontarán y tomarán decisiones con respecto a la situación presentada; finalmente darán a conocer los resultados de su trabajo en equipo, los cuales servirán de referencia para que la docente institucionalice el saber matemático sobre el triángulo. Como se describe a continuación.</p> <p>Al iniciar, la docente saludará a los estudiantes en forma amable y haciendo un comentario positivo y de motivación acerca del entorno, de las personas con las que se comparte frecuentemente y las distintas culturas con las que interactuamos. Seguidamente y como es de costumbre se realizará una oración al “Padre Bueno” (Por ser una institución que promueve la fe y los valores cristianos y los contempla en el Proyecto Educativo Institucional PEI)</p> <div data-bbox="195 980 951 1167">  <div data-bbox="359 980 951 1167"> <p><b>ORACIÓN AL PADRE BUENO</b></p> <p>Señor, que todos mis pensamientos, intenciones, acciones y emociones, sean puramente ordenadas hacia ti, en alabanza y gloria de tu divina majestad.</p> <p>AMÉN</p> </div> </div> <p>Fuente: recuperado de <a href="https://www.google.com.co/search?q=fano&amp;rlz=1C1OPRB_enCO525CO690&amp;tbm=isch&amp;tbo=u&amp;source=univ&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjU3NmIg6DcAhWtuVkKHXXfDz8QsAR6BAGBEDw&amp;biw=1366&amp;bih=662#imgsrc=zvyJ7JFF4s01mM">https://www.google.com.co/search?q=fano&amp;rlz=1C1OPRB_enCO525CO690&amp;tbm=isch&amp;tbo=u&amp;source=univ&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjU3NmIg6DcAhWtuVkKHXXfDz8QsAR6BAGBEDw&amp;biw=1366&amp;bih=662#imgsrc=zvyJ7JFF4s01mM</a></p> <p>La docente invitará a los estudiantes a observar las siguientes imágenes, preguntándoles ¿Qué piensas acerca de las imágenes? ¿Cuál será el propósito de ellas?</p>	

Se esperan respuestas como “en una señora que tiene el reto de tejer” “vamos a aprender a tejer” “ vamos a tejer figuras geométricas”



Fuente: imagen de tejedora wayuu, recuperado de

[https://www.google.com.co/search?q=tejedoras+wayuu&rlz=1C1OPRB\\_enCO525CO690&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=2ahUKEwj3kKjhh6DcAhXNk1kKHaLBDIkQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgsrc=xSeW7heIS1IOEM](https://www.google.com.co/search?q=tejedoras+wayuu&rlz=1C1OPRB_enCO525CO690&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=2ahUKEwj3kKjhh6DcAhXNk1kKHaLBDIkQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgsrc=xSeW7heIS1IOEM):

Se les pedirá que compartan lo que les generó la observación de las imágenes, cuando los estudiantes hayan expresado sus apreciaciones, la docente con tono de sorpresa les dirá: -Nos ha llegado un sobre- pedirá al estudiante más cercano al sobre, que por favor lo tome, abra y comente lo que está en su interior.



Fuente: elaboración propia.

(El sobre rotulado ¡Para ti!, estará en la parte del fondo del aula y contiene distintas tarjetas que se irán sacando en el transcurso de la clase. Estas tarjetas estarán organizadas intencionalmente, según las necesidades de la sesión).

Al abrir el sobre, el estudiante encontrará la primera tarjeta, la leerá en voz alta y al finalizar, la pegará con cinta adhesiva, al lado de las primeras fichas.

Para ayudar a los indígenas Wayuu y otras poblaciones de la Guajira, el gobierno nacional ha propuesto “La semana de la artesanía Guajira”, con la venta de las mochilas tejidas y otras artesanías.

Luis José, es el representante del gobierno, él pidió a los líderes indígenas y alcaldes municipales, presentar diferentes diseños de mochilas.

Los propuestos fueron:



Fuente: imágenes tomadas de : respectivamente.

Luis José, notó que no existían muchos diseños y pensó que la mejor forma para ampliarlos, es pidiendo a las instituciones educativas elaborar nuevos diseños de mochilas manteniendo la figura principal de las anteriores. La rectora de la INERAM, se enteró de la propuesta y consideró que los niños para elaborar los mejores diseños del municipio, serían los de quinto grado de su institución, porque ellos son creativos y muy responsables.

Cuando la rectora hablaba con los niños de quinto sobre la propuesta, llama por teléfono a Luis José, para preguntarle por la actividad de los diseños, y él le dice que para inscribirse, primero debe presentar un informe explicando que piensan acerca de los elementos que componen las figuras tejidas por los indígenas y ¿Qué tienen en cuenta para que esas figuras sean iguales en sus formas? Como la

rectora tiene una reunión muy importante, busca insistentemente que los estudiantes le colaboren con la realización del informe, pues debe presentarlo pronto.

Comentará la docente, ¿Cómo escribir el informe que la rectora debe presentarle a Luis José? (Se espera que los niños vuelvan a leer la tarjeta y diseñen el plan para escribir el informe).

Para ello, les dirá que encontrarán hojas de block en su escritorio en donde materializarán la construcción y redacción del informe para Luis José, los invitará a acercarse de forma ordenada, pasando hilera por hilera, iniciando por la derecha hasta llegar al lado izquierdo del salón.

Añadirá que disponen de quince minutos para presentarlo y que una vez terminados, se escogerán diez estudiantes aleatoriamente, quienes darán a conocer el informe elaborado.

Cuando los estudiantes estén elaborando los informes, la docente recorrerá los puestos para verificar la realización de los mismos, motivándolos para avanzar y atendiendo las inquietudes de los estudiantes sin darle respuestas inmediatas (inquietudes que surjan dentro del desarrollo de la sesión).

Cumplido el tiempo, la docente escogerá a diez estudiantes de forma aleatoria, para que lean y peguen en un papel bond dispuesto en un lado visible del aula, sus informes. Seguidamente, les pedirá a otros cinco estudiantes que construyan una ficha general, que recopile las observaciones hechas por los compañeros que socializaron inicialmente.

(Se esperan respuestas como: “Las mochilas tienen triángulos”, “las divisiones son de diferentes tamaños” “hay otras figuras en las mochilas como rectángulos y cuadrados” “las divisiones se parecen a los segmentos” “los triángulos están colocados de diferentes maneras” “tienen diferente tamaños” “Los puntos que tienen los triángulos son vértices” Si no se acercan a estas afirmaciones, se les invitará a observar las mochilas presentadas en la tarjeta uno, luego, que ubiquen las figuras geométricas presentes en los diseños (aprendidas en años anteriores) que escojan la que menos elementos tiene y con ella piensen en su construcción).

La docente comentará: -La rectora de la INERAM, está muy agradecida por la ayuda brindada para la elaboración del informe. Para esta oportunidad, Luis José le ha pedido que describa las figuras utilizadas por los indígenas en el diseño de sus mochilas; como sabe que los niños de quinto la ayudaron con el informe, solicita su colaboración nuevamente para cumplir con lo solicitado por Luis José. También les propone unirse y trabajar en equipos máximo con tres integrantes.

Continuará la docente expresando que cada estudiante encontrará en el inferior del brazo de su silla de estudio, “parte” de una fotografía, que contiene un paisaje representativo del departamento de La Guajira o de una mochila, deberán reunirse rápidamente hasta formar la imagen.

Las imágenes para conformar los equipos de trabajos serán las siguientes.



Fuente: recuperado de [https://www.google.com.co/search?hl=es-](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=w7hKW5fKOoTb5gLBwoeADA&q=rancherias+wayuu&oq=rancherias+wayuu&gs_l=img.3..0j0i5i30k112j0i24k1.1516637.1520239.0.1520478.11.10.1.0.0.0.170.1016.0j7.7.0....0...1c.1.64.img..3.2.176....0.Vo7XagyX3nA#imgrc=_v5nTbV-5znK9M:)

[419&tbm=isch&sa=1&ei=w7hKW5fKOoTb5gLBwoeADA&q=rancherias+wayuu&oq=rancherias+wayuu&gs\\_l=img.3..0j0i5i30k112j0i24k1.1516637.1520239.0.1520478.11.10.1.0.0.0.170.1016.0j7.7.0....0...1c.1.64.img..3.2.176....0.Vo7XagyX3nA#imgrc=\\_v5nTbV-5znK9M:](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=w7hKW5fKOoTb5gLBwoeADA&q=rancherias+wayuu&oq=rancherias+wayuu&gs_l=img.3..0j0i5i30k112j0i24k1.1516637.1520239.0.1520478.11.10.1.0.0.0.170.1016.0j7.7.0....0...1c.1.64.img..3.2.176....0.Vo7XagyX3nA#imgrc=_v5nTbV-5znK9M:)

[https://www.google.com.co/search?q=artesanias+en+la+guajira&hl=es-](https://www.google.com.co/search?q=artesanias+en+la+guajira&hl=es-419&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjC_6jQlaDcAhXQzlkKHcBCCR0Q_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=613#imgrc=VcbtccmUcaEBgM:)

[419&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjC\\_6jQlaDcAhXQzlkKHcBCCR0Q\\_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=613#imgrc=VcbtccmUcaEBg](https://www.google.com.co/search?q=artesanias+en+la+guajira&hl=es-419&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjC_6jQlaDcAhXQzlkKHcBCCR0Q_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=613#imgrc=VcbtccmUcaEBgM:)

[https://www.google.com.co/search?q=familias+de+la+guajira&sa=G&hl=es-](https://www.google.com.co/search?q=familias+de+la+guajira&sa=G&hl=es-419&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ved=2ahUKEwiryJv7laDcAhXItVkKHcszB-QQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgrc=CjvnpFbBobAV1M:)

[419&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ved=2ahUKEwiryJv7laDcAhXItVkKHcszB-QQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgrc=CjvnpFbBobAV1M:](https://www.google.com.co/search?q=familias+de+la+guajira&sa=G&hl=es-419&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ved=2ahUKEwiryJv7laDcAhXItVkKHcszB-QQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgrc=CjvnpFbBobAV1M:)

[https://www.google.com.co/search?hl=es-](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ved=2ahUKEwiryJv7laDcAhXItVkKHcszB-QQsAR6BAgBEC0&biw=1366&bih=613#imgrc=CjvnpFbBobAV1M:)

419&tbm=isch&sa=1&ei=hrhKW87TNqTr5gKih4u4CA&q=artesanias+wayuu&oq=artesanias+wayuu&gs\_l=img.3..0l3j0i7i30k1j0i30k1j0i5i30k1j0i8i30k112j0i24k112.57138.58939.0.59378.11.10.0.0.0.0.284.1347.0j1j5.6.0....0...1c.1.64.img..9.2.427....0.qPZ-pSewvII#imgrc=bVR6cgI4Z-tz9M:

<https://www.google.com.co/search?hl=es->

[https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=tr5KW\\_a3JIW45gK\\_uIaADw&q=ni%C3%B1os+wayuu&oq=ni%C3%B1os+wayuu&gs\\_l=img.3..0l4j0i67k1j0i30k1j0i5i30k1j0i8i30k1j0i24k1.82334.83369.0.84397.5.5.0.0.0.0.169.711.0j5.5.0....0...1c.1.64.img..0.5.706...0i7i30k1j0i7i5i30k1j0i8i7i30k1.0.TXSCbVZwsVA#imgrc=EOSrtun4BC\\_hXgM](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=tr5KW_a3JIW45gK_uIaADw&q=ni%C3%B1os+wayuu&oq=ni%C3%B1os+wayuu&gs_l=img.3..0l4j0i67k1j0i30k1j0i5i30k1j0i8i30k1j0i24k1.82334.83369.0.84397.5.5.0.0.0.0.169.711.0j5.5.0....0...1c.1.64.img..0.5.706...0i7i30k1j0i7i5i30k1j0i8i7i30k1.0.TXSCbVZwsVA#imgrc=EOSrtun4BC_hXgM): respectivamente.

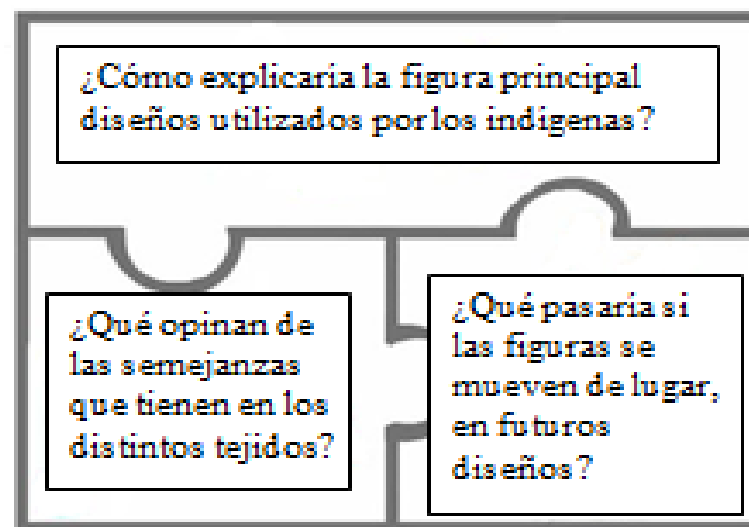
Mientras suceda la reunión por grupos, la docente propondrá que observen la ficha y expresen sus opiniones sobre la relación entre la propuesta de la “Semana de la artesanía Guajira” y la imagen conformada, de igual manera, ¿Qué tuvieron en cuenta para reunir las figuras? Se esperan respuestas como: “Son fotos de las mochilas con las que realizamos la ficha”, “Todas las partes de la figura, son triángulos” “Todos los del grupo tenemos triángulos” “Los triángulos tienen distintas formas” “las figuras conforman rancherías” “Los niños que aparecen en la figura pertenecen a los Wayuu, a los que vamos a ayudar” “para ayudarlos se va hacer la semana de la artesanía guajira”.

Una vez reunidos en grupos, se les comentará que un integrante se acerque a retirar del puesto del docente, los materiales necesarios para ayudar a la rectora con el nuevo requerimiento de Luis José. Los materiales sólo se pueden retirar uno al tiempo y cada vez que suceda esto, deberá acercarse un integrante diferente del equipo (a manera que se cambien los roles y el liderato del grupo, en el escritorio del docente se encontrará la hoja con la silueta del rompecabezas, tres fichas con preguntas orientadoras acerca de la descripción de la figura de las mochilas, solicitadas por Luis José y la rectora).

Las fichas estarán organizadas de la siguiente manera:

1. ¿Cómo explicarían la figura principal diseños realizados por los indígenas?
2. ¿Qué opinan de las semejanzas que tienen en los distintos tejidos?
3. ¿Qué pasaría si las figuras se mueven de lugar, en futuros diseños?





Fuente:  
adaptado.  
Recuperado de  
<https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&q=rompecabezas+si>

lueta+&backchip=g\_1:recortable&chips=q:puzzle+silueta&sa=X&ved=0ahUKEwjYqrK5mKDcAhUEuVvKHS5KCpIQ3VYIJCgA&biw=1366&bih=613&dpr=1#imgsrc=S--5PJ16f-sRQM:

Para elaborar y completar la información, se espera que los niños diseñen el plan para darles respuestas a los interrogantes presentados, resaltando las características que las mismas fichas piden. La docente, les comentará que contarán con veinte minutos para presentar el trabajo realizado en los grupos, y para su socialización, cada integrante, deberá dar a conocer lo acordado en el trabajo colaborativo, del mismo modo, escribirán sus apreciaciones en el tablero a manera que todos los demás grupos de trabajo tenga acceso a la información construida por sus pares.

Cuando los grupos estén elaborando sus informes y completando los requerimientos de las fichas del rompecabezas, la docente observará el desarrollo del mismo, acercándose a los puestos de trabajo, escuchando las decisiones que toman, la manera de interactuar entre ellos, la actitud para el desarrollo de la actividad, así mismo, atenderá inquietudes de los estudiantes que lo requieran y motivará constantemente a continuar ayudando a la propuesta del gobierno para mejorar el bienestar de los niños Wayuu y sus familias.

Cumplidos los veinte minutos, la docente pedirá que lean sus informes y que a medida que lo socialicen anoten en el tablero, los acuerdos a los que lleguen. Si otro grupo, tiene en su informe lo escrito por sus compañeros, se le pedirá que de igual modo lo



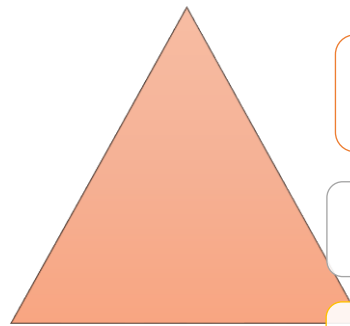
socialicen.

Se esperan respuestas como: “Las mochilas tienen triángulos y los triángulos son la figura principal” “la figura principal es una forma geométrica” “las figuras de las mochilas, son triángulos y ellos son polígonos” “Si las figuras se mueven, cambia el tamaño de los triángulos” “hay otras figuras en las mochilas como rectángulos y cuadrados” “Se parecen en que todas son triángulos, tienen tres lados, tres vértices y tres ángulos” “Los triángulos tienen segmentos, que se llaman lados” “los triángulos están colocados de diferentes maneras” “tienen diferente tamaños” “hay triángulos grandes, medianos y pequeños”.

Para concluir con lo socializado por los estudiantes, se le pedirá, leer lo realizado por todos y que fue escrito en el tablero, en la medida que los estudiantes lean el escrito, la docente retomará palabras claves (figuras geométricas, polígono, segmento, vértice, ángulos) para construir su significado del triángulo, con la participación de los estudiantes; al culminar se les felicitará por haber cumplido con la elaboración del compromiso para Luis José.

Por las anteriores intervenciones, se darán refuerzo positivo, podrá ser un aplauso, unas felicitaciones o una ola (logrando que sea un momento agradable para todos).

La docente retomará las apreciaciones escritas por los estudiantes en el papel bond y en el tablero, para concluir con lo siguiente:



Las figuras de los diseños de las mochilas, corresponden a un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos dos a dos, por sus extremos.

Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices.

En un triángulo se consideran dos tipos de ángulos: interior (formado por dos lados), y exterior (formado por un lado y la prolongación de otro)

En la evaluación, se tendrá en cuenta que es un proceso continuo, integral, dinámico y presente en todas las fases de esta sesión en donde la docente tendrá presente los componentes conceptual, procedimental y actitudinal, aspectos tales como: la participación, la

actitud en el desarrollo de las diferentes actividades, la socialización de estas, el comportamiento en clases, la interacción observada en los diferentes grupos, los aportes, las conclusiones emitidas a los interrogantes, el trabajo colaborativo el respeto a las opiniones del otro.

Para registrar las evidencias y tener una mejor comprensión del proceso evaluativo, se tendrá en cuenta el siguiente instrumento.

<b>Evaluación</b>				
<b>Proceso Evaluados</b>	<b>Criterios de evaluación</b>			
	<b>Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño</b>			
	<b>Nivel I</b>	<b>Nivel II</b>	<b>Nivel III</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Procedimental	Realizo las acciones que se piden en las diferentes actividades	Identifico comparaciones entre la situación y conocimientos previos	Establezco diferencias entre las	35
Conceptual	Propongo estrategias para la resolución de la situación	Caracteriza los triángulos, de acuerdo a algunos de sus atributos	Establezco estrategias para la resolución de la situación	35
Actitudinal	Participa en las estrategias propuesta en el equipo	Propongo estrategias de trabajo en equipo	Coordina, propone y media el trabajo en equipo	30

Actividad para realizar en casa.

La docente les dirá, que en casa piensen ¿Qué otros objetos de tu entorno encuentras similar a los triángulos? ¿Qué te ha llamado la atención de los triángulos y los diseños de las mochilas? ¿Qué le cambiarías a los diseños, para que sean más llamativos?

**Sesión de clase No.2**

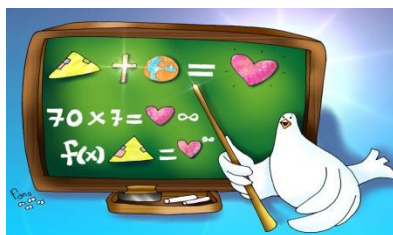
**Tiempo previsto: 120 minutos**

**Objetivo:** Definir y caracterizar los triángulos según la medida de sus lados y ángulos.

Durante esta sesión de clase, la docente luego del saludo y la invitación al desarrollo de las actividades programadas, fomentará por medio de la dinámica “la bolita” los saberes previos y saberes impartidos durante la clase anterior, seguidamente, se dará lugar al trabajo colaborativo, por medio de la propuesta de una feria de diseños para mochilas con figuras triangulares, en la cual los estudiantes diseñarán esas figuras utilizando materiales como la regla, la escuadra, colores, entre otros. Diseños que serán socializados y puestos a conocimiento de los demás estudiantes.

Por ser necesaria, la construcción y clasificación de los triángulos, según las longitudes de los lados y la medida de los ángulos, usando instrumentos como la regla, el transportador y el compás, se proponen situaciones en las que los estudiantes, enseñen a “Luis José” como elaborar esas figuras, finalmente se dan a conocer a los demás compañeros, y la docente recopilando todo lo sucedido en la sesión conceptualiza la clasificación de los triángulos.

Lo anterior, como se describe a continuación. La docente saludará a los estudiantes, dándoles la bienvenida e invitándolos a tener la mejor disposición para la jornada de clase y como es principio institucional, se realizará una oración, en esta oportunidad una evocación al “Espíritu Santo”.



#### Oración al Espíritu Santo

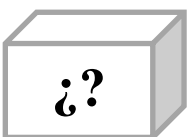
Espíritu Santo, dame agudeza para entender, capacidad para retener, método y facultad para aprender, sutileza para interpretar, gracia y eficacia para hablar. Dame acierto al empezar,

Fuente: recuperado de [https://www.google.com.co/search?hl=es-](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&sa=1&ei=FMNKW9jQEoTy5gKulKmQCQ&q=fano+esp%C3%ADritu+santo&oq=fano+esp&gs_l=img.3.0.0l2j0i5i30k1l4j0i8i30k113j0i24k1.3890.5113.0.6521.8.8.0.0.0.154.1019.0j8.8.0....0...1c.1.64.img..0.8.1017...35i39k1j0i67k1j0i30k1.0.qHg8ADUDNdY#imgsrc=PdiJAlhAGSn0sM:)

419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&sa=1&ei=FMNKW9jQEoTy5gKulKmQCQ&q=fano+esp%C3%ADritu+santo&oq=fano+esp&gs\_l=img.3.0.0l2j0i5i30k1l4j0i8i30k113j0i24k1.3890.5113.0.6521.8.8.0.0.0.154.1019.0j8.8.0....0...1c.1.64.img..0.8.1017...35i39k1j0i67k1j0i30k1.0.qHg8ADUDNdY#imgsrc=PdiJAlhAGSn0sM:

La docente comentará, que se iniciará la sesión, recordando lo trabajado en la anterior clase, con una dinámica conocida por todos, llamada “La bolita” (un balón pequeño), cantando -La bolita, la bolita, la bolita donde está (Bis) la bolita está con...-, la bolita a utilizar deberá pasar en orden por los estudiantes, cuando finalice la canción, el estudiante que quede con la bolita (balón) deberá

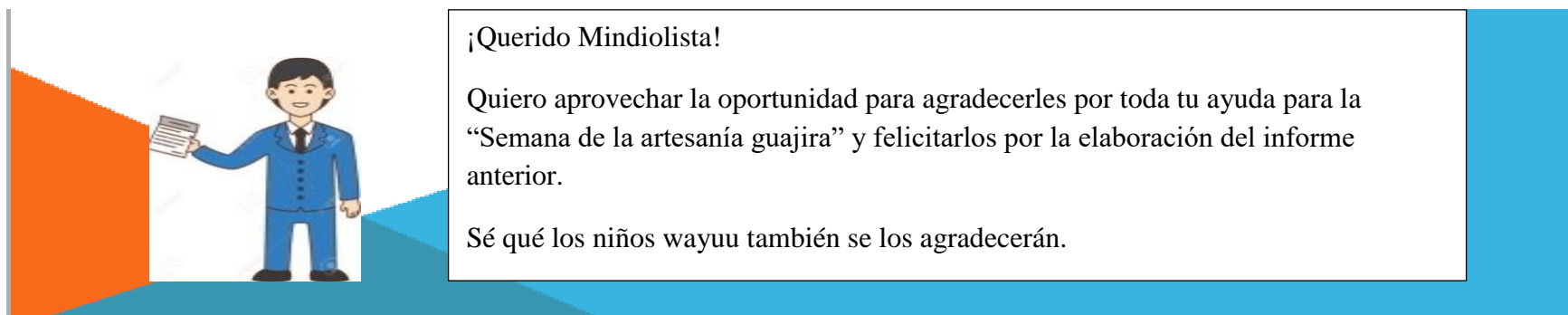
acercarse a una caja que estará en el escritorio del docente, que contiene unas preguntas metacognitivas acerca de lo trabajado en la clase pasada y tomará solo una pregunta y así sucesivamente hasta agotar las preguntas. Las preguntas serán ¿Cómo ayudamos al gobierno con la estrategia de la “Semana de la artesanía guajira”? ¿Qué elementos conforman las figuras básicas tejidas por los indígenas? ¿En qué otros sitios se puede identificar la figura que representaba los diseños de los indígenas Wayuu? ¿Qué aprendimos en la sesión anterior sobre los triángulos?, así mismo, les dirá que cada estudiante responderá en media hoja de color, lo que considere que responde los interrogantes y las numerarán según el orden en que aparezcan.



Las respuestas de los estudiantes, las pegarán con cinta adhesiva en un lugar visible del aula, mientras comentan sus apreciaciones. Para esta actividad, se utilizarán 10 minutos para el canto, la extracción de las preguntas y reflexión de las mismas, posteriormente, se emplearán 10 minutos para la socialización. Para esta última, se escogerán aleatoriamente cuatro estudiantes para que cada uno lea lo escrito por todos sus compañeros y exprese una conclusión general.

Luego que los niños hayan concluido la anterior actividad, la docente, les expresará:

–Luis José, por medio de la rectora de la institución, les ha enviado un mensaje- miremos de que se trata. (Se proyectará en una de las paredes del aula, unas imágenes como las siguientes, por medio de un video beam)



qzIBwRUKhA%3D&ved=2ahUKEwisl4OBpqDcAhUIyFkKHateDAYQ9QEwAHoECAEQMA#imgsrc=1mzI0U6HOa9oIM:



En esta oportunidad, les comparto mi preocupación por la falta de diseños de mochilas para la “Semana de la artesanía guajira” y como esperamos muchos turistas nacionales y extranjeros, es necesario tener variedad de diseños para vender.

Les propongo una feria donde ustedes serán los creadores de los diseños de mochilas, más originales de la región.

Por grupos crearán un diseño de mochila que tenga la figura más representativa de las presentadas por los indígenas.

Al elaborar cada triángulo, me gustaría saber ¿Qué observan en los lados de las figuras y en sus ángulos internos?

Ánimo ¡Venderemos muchas mochilas para ayudar a nuestros niños Wayuu!

Fuente: recuperado de [https://www.google.com.co/search?q=dibujo+de+un+ministro&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=1mzI0U6HOa9oIM%253A%252CgXx\\_zn3BFvSUhM%252C\\_&usg=\\_\\_c74Mn9UO942hBOMWFqzIBwRUKhA%3D&ved=2ahUKEwisl4OBpqDcAhUIyFkKHateDAYQ9QEwAHoECAEQMA#imgsrc=1mzI0U6HOa9oIM:](https://www.google.com.co/search?q=dibujo+de+un+ministro&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=1mzI0U6HOa9oIM%253A%252CgXx_zn3BFvSUhM%252C_&usg=__c74Mn9UO942hBOMWFqzIBwRUKhA%3D&ved=2ahUKEwisl4OBpqDcAhUIyFkKHateDAYQ9QEwAHoECAEQMA#imgsrc=1mzI0U6HOa9oIM:)

Para el trabajo colaborativo, se les comentará que en la caja, que inicialmente eran para jugar a “la bolita”, se introdujeron unos recortes que contiene figuras de artesanías guajiras, cortadas en formas de ángulos, también, que disponen de cinco minutos para encontrar el complemento de su imagen.

Los recortes son los siguientes.



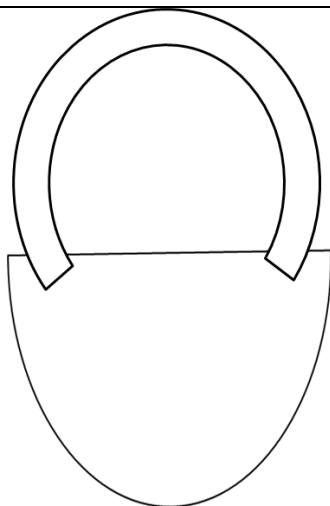
Fuente: adaptación de imágenes. Recuperado de [https://www.google.com.co/search?q=bolsos+wayuu+para+hombres&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=7Id8GLB2omyDhM%253A%252CH1dVFrPTQHm46M%252C\\_&usg=\\_\\_i4FebpSjo\\_LhpBcBCPcWZVB8B1I%3D&ved=2ahUKEwj75N-Lp6DcAhUKx1kKHVenC4sQ9QEwAHoECAEQMA#imgc=7Id8GLB2omyDhM:https://www.google.com.co/search?hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&sa=1&ei=iLdKW4a5Cqmg5wK0yJfACw&q=mochila+wayuu+con+figuras+geometricas&oq=mochila+wayuu+con+figuras+geometricas&gs\\_l=img.3...28216.32844.0.33293.23.22.0.0.0.0.367.3638.0j4j9j2.15.0...0...1c.1.64.img..8.2.433...0j35i39k1.0.hwedfgdcIUY#imgc=1\\_l6LpkIvs-LEM](https://www.google.com.co/search?q=bolsos+wayuu+para+hombres&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=7Id8GLB2omyDhM%253A%252CH1dVFrPTQHm46M%252C_&usg=__i4FebpSjo_LhpBcBCPcWZVB8B1I%3D&ved=2ahUKEwj75N-Lp6DcAhUKx1kKHVenC4sQ9QEwAHoECAEQMA#imgc=7Id8GLB2omyDhM:https://www.google.com.co/search?hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&sa=1&ei=iLdKW4a5Cqmg5wK0yJfACw&q=mochila+wayuu+con+figuras+geometricas&oq=mochila+wayuu+con+figuras+geometricas&gs_l=img.3...28216.32844.0.33293.23.22.0.0.0.0.367.3638.0j4j9j2.15.0...0...1c.1.64.img..8.2.433...0j35i39k1.0.hwedfgdcIUY#imgc=1_l6LpkIvs-LEM)

Una vez reunidos por grupos de trabajo, se les comentará sobre la nueva invitación que les hace Luis José, recordándoles que por la prontitud y la cercanía a la realización de la “semana de la artesanía guajira”, no disponen de mucho tiempo. Para el diseño de la mochila más original, se emplearán 30 minutos.

La docente les informará que en su mesa encontrarán distintos materiales para elaborar el diseño y ayudar a Luis José con su nueva idea. (En la mesa del docente, estarán hojas de papel origami y de block, pegante, croquis de la mochila, regla, colores, tijeras y cinta pegante)

¡Listo ahora crea tus propios diseños con los materiales escogidos, ten presente que la mochila esté acorde a la solicitud de Luis José!

En el tiempo empleado por los grupos en la elaboración del diseño de la mochila, la docente observará el trabajo realizado, teniendo en cuenta la forma y los pasos empleados para dar respuesta a lo propuesto por Luis José.



Del mismo modo, no interfiere en el desarrollo de la actividad, en este momento figura como un observador de la misma, incentivando con palabras tales como ¡ánimo!, ¡muy bien!, ¿Qué más pueden hacer? A los grupos que presenten alguna dificultad, se les darán pistas realizándole preguntas que los ayuden a aclarar las inquietudes.

Finalizado los 25 minutos, se dispone de 15 minutos más, para que se socialicen los diseños.

Fuente: elaboración propia.

Para ello, los estudiantes escogerán un espacio en el aula y sólo un representante, explicará lo realizado por el equipo de trabajo. Se les pedirá que comuniquen y argumenten ¿Cómo llegaron al diseño presentado? ¿Su diseño corresponde a lo solicitado en la feria? Al comparar los diseños presentados por los indígenas y los creados en el equipo ¿Cómo cambian las figuras? ¿Qué piensas del cambio de la figura de las mochilas, al modificarse el tamaño?

Mientras los demás integrantes se reunirán con sus pares, realizarán un recorrido, donde tendrán la oportunidad de observar los diseños de todos los grupos y las socializaciones hechas por sus representantes, quiere decir, que en el momento que un compañero socializa lo hecho en grupos, los demás integrantes del mismo, reunidos con los otros integrantes que no socializan de los demás grupos, harán un recorrido por el salón, escuchando las puestas en escena de sus compañeros, ese recorrido se hará por estaciones, de tal forma que todos observen el trabajo de sus compañeros.

Cuando todas las socializaciones se hayan dado, se les pedirá que emitan juicios acerca del cumplimiento o incumplimiento de los requisitos para la feria.

La docente, les comentará, que la rectora de la INERAM y Luis José, están muy complacidos por los diseños presentados por los niños de quinto. Luis José, le pidió a la rectora, que sus estudiantes les enseñaran ¿Cómo construir y clasificar esos triángulos?, por medio de la siguiente proyección.



Estamos muy felices con esos diseños maravillosos.

Hoy me encuentro preocupado, pues, los indígenas me pidieron que los acompañara a unos lugares donde van a tejer algunos de los diseños de ustedes. Me dieron unas referencias y solo me dijeron que la figura principal de las mochilas me ayudaría a llegar a los lugares de encuentro.

Fuente: imágenes adaptadas. Recuperado de [https://www.google.com.co/search?q=docente+como+facilitador+de+aprendizaje&hl=es-419&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj8wPDWqaDcAhXvs1kKHYH4B14Q\\_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=613#imgsrc=hsoLwaLobDFC0M](https://www.google.com.co/search?q=docente+como+facilitador+de+aprendizaje&hl=es-419&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj8wPDWqaDcAhXvs1kKHYH4B14Q_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=613#imgsrc=hsoLwaLobDFC0M): [https://www.google.com.co/search?q=dibujo+de+un+ministro&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=1mzI0U6HOa9oIM%253A%252CgXx\\_zn3BFvSUhM%252C\\_&usg=c74Mn9UO942hBOMWFqzIBwRUKhA%3D&ved=2ahUKEwisl4OBpqDcAhUIyFkKHateDAYQ9QEwAHoECAEQMA#imgsrc=1mzI0U6HOa9oIM](https://www.google.com.co/search?q=dibujo+de+un+ministro&sa=G&hl=es-419&biw=1366&bih=613&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=1mzI0U6HOa9oIM%253A%252CgXx_zn3BFvSUhM%252C_&usg=c74Mn9UO942hBOMWFqzIBwRUKhA%3D&ved=2ahUKEwisl4OBpqDcAhUIyFkKHateDAYQ9QEwAHoECAEQMA#imgsrc=1mzI0U6HOa9oIM): respectivamente.

La docente, les dirá que podrán seguir trabajando en los mismos equipos de los diseños y deberán tomar otros materiales de una mesa dispuesta para ellos, con lo que podrán ayudar a Luis José.

Para resolver las pistas que tienen las guías que Luis José necesita para asistir al encuentro con los indígenas, dispondrán de 25 minutos y 15 minutos más para socializarlas.

En la mesa dispuesta con los materiales, se encuentran transportadores, reglas y compases y hojas de block con las pistas para llegar al encuentro con los indígenas, como la siguiente:

Las situaciones presentadas en la guía son:



### Pistas para la reunión de elaboración tejidos

Pista para la primera reunión.

La primera reunión será a 5m del árbol de Dividivi y a 6 m del árbol del Trupillo. (La imagen está en una escala, en donde cada centímetro, representa un metro)



Pista para la segunda reunión.

Cuando llegue a la ranhería “el tesoro” ubique el lugar de la reunión que será a 2m de ella y 2m del corral de los chivos.



Fuente: recuperado de [https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=w7hKW5fKOoTb5gLBwoeADA&q=rancherias+wayuu&oq=rancherias+wayuu&gs\\_l=img.3..0j0i5i30k112j0i24k1.1516637.152](https://www.google.com.co/search?hl=es-419&tbm=isch&sa=1&ei=w7hKW5fKOoTb5gLBwoeADA&q=rancherias+wayuu&oq=rancherias+wayuu&gs_l=img.3..0j0i5i30k112j0i24k1.1516637.152)

Pista para la reunión tres.

La reunión será en la ranhería “C”, que queda a la misma distancia de la ranhería “A” y a la misma distancia de la ranhería “B” y si

**Sesión de clase No. 3****Tiempo previsto: 120 minutos**

Objetivo: explorar y realizar construcciones de triángulos haciendo uso de la geometría dinámica para determinar sus propiedades.

En esta sesión, los estudiantes tendrán la oportunidad de interactuar, construir, medir, manipular, transformar, rotar y descubrir algunas propiedades inherentes al triángulo, por medio de actividades. Dichas actividades están diseñadas para la manipulación y observación directa de los triángulos, analizando las propiedades de los mismos, para formular conjeturas, desarrollar la visualización de conceptos básicos estudiados durante las sesiones anteriores, y afianzar otros conceptos geométricos implícitos en la resolución de las actividades propuestas; las actividades se desarrollaran en parejas.

El docente mediante preguntas orientadoras, posibilitará que el estudiante descubra algunas propiedades de los triángulos y la relación que se presenta entre ellas.

La docente socializa las normas para el desarrollo de la clase, dando indicaciones de la manera de participar, el respeto por la opinión del compañero, el trabajo colaborativo y la presentación de los resultados de las diferentes actividades propuestas en la sesión.

Para dar inicio a la tercera sesión de clases, la docente indagará los saberes previos, haciendo uso de una actividad y de preguntas sobre el saber institucionalizado en las sesiones anteriores, así:

- a) Considere la siguiente figura la cual hace parte del diseño de una de las mochilas:



Fuente: elaboración propia.

- b) La rectora realiza una llamada por celular a la docente de 5 grado y le pide que la comunique con uno de sus estudiantes para que le brinde información de la figura que hace parte del diseño de una mochila y en la cual está interesada pues ha recibido varios pedidos, y ella debe reproducirla para que una de las tejedoras lo realicen.

Escribe lo que le dirías para que la pueda hacer, de tal manera que sea idéntica y que al realizar la comprobación respectiva, corresponda a la de la imagen.

2. Utilizando regla y compás reproduzcan la imagen con las mismas medidas.

¿Qué procedimiento siguieron para reproducir los triángulos?  
 ¿Tuvieron algún problema para construir alguna de las figuras? ¿En qué consistió?  
 ¿Cómo saben que los triángulos que construyeron son iguales a los que están dibujados?  
 ¿Creen que sea más fácil construirlos utilizando sólo la regla? ¿Por qué?

Al sumar los ángulos de cada uno de los triángulos en la primera actividad y el construido en la segunda ¿Qué puedes argumentar?

Luego, se proyectarán con el video beam, diapositivas que contienen unas adivinanzas con la respuesta oculta, así:

El Diamante tiene mi forma,  
 y una de las figuras más resistentes  
 dicen que soy, si de un terremoto  
 te quieres proteger debajo de mi  
 Te puedes esconder.

Fuente: Elaboración propia

Yo tengo un ángulo recto  
 y tres lados que me abarcan.  
 Aunque no quieras creerlo,  
 mi nombre completo es cuadra

Fuente: (<https://www.guiainfantil.com/jugar-y-aprender/adivinanzas/herramientas/yo-tengo-un-angulo-recto-y-tres-lados-que-me-aba-33145/>)

Tus amigas están en tres esquinas,  
 Algunas que cobran 30 o 60 pesos pero  
 Hay una que siempre cobra 90

Fuente: [https://es.educaplay.com/es/recursoseducativos/6254/el\\_triangulo\\_rectangulo.htm](https://es.educaplay.com/es/recursoseducativos/6254/el_triangulo_rectangulo.htm)

Al terminar las actividades, se proyectará una tabla para que los estudiantes completen la información que se solicita así:

En cada celda deberán dibujar el respectivo triángulo.

TRIÁNGULO	EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO
ACUTÁNGULO			
RECTÁNGULO			
OBTUSÁNGULO			

El tiempo estipulado para esta acción es aproximadamente de 25 minutos.

Durante el desarrollo de la actividad, los estudiantes y la docente deberán estar dispuestos a escuchar las diferentes participaciones y así poder valorar los diferentes aportes. Al mismo tiempo, la docente debe estar atenta para observar:

Cuales estudiantes presentan dificultad para construir triángulos.

Si tienen habilidades para medir los lados y los ángulos de cualquier triángulo.

Que dificultades presentan para comunicarse matemáticamente.

Cuál es la manera que más utilizan los estudiantes para construir triángulos.

Cuáles estudiantes aún no identifican la clase de triángulos según sus lados y ángulos.

Terminada la actividad y con base en la información recolectada por la docente, se realizará una retroalimentación de la temática (se realizará de manera general, con base en la información recolectada de la actividad, en donde la docente a partir de los errores de los estudiantes podrá hacer observaciones que permitan que los alumnos identifiquen sus puntos fuertes, los aspectos que debe mejorar y sus logros), así también a partir de las dificultades en algunos de los estudiantes, se realizarán actividades de refuerzo en colaboración de sus compañeros. En esta parte la docente procede a solicitar las actividades que debían desarrollar en sus casas con respecto a la sesión anterior. Para revisar la actividad y poder mantener el curso disciplinado, la docente selecciona al azar tres estudiantes para que socialicen sus resultados, haciendo uso del tablero. En el caso de que los estudiantes no hayan realizado la actividad en casa, la docente cederá un espacio de 10 minutos para que la realicen, finalizado el tiempo se procederá a revisar y hacer retroalimentación (se realizará

con la colaboración de toda la clase) de las actividades propuestas.

Para continuar con la clase: la docente, previa al encuentro y con la colaboración del profesor de informática instalará el software Cabri II plus en los portátiles de la institución, y realizarán en conjunto la explicación sobre el uso del programa, en donde los estudiantes deberán apropiarse de la herramienta como mediación tecnológica; en lo posible los que cuenten con equipos portátiles en sus casas, se les solicitará que instalen el programa con ayuda de sus padres, para que practiquen en casa.

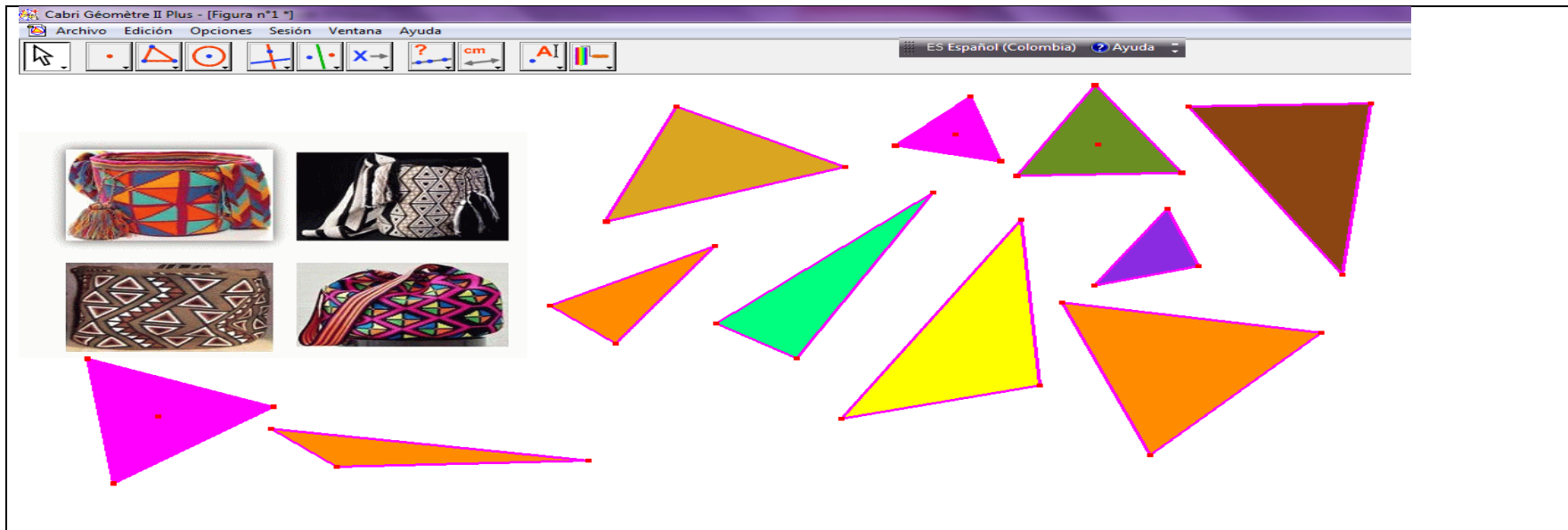
Para el desarrollo del trabajo colaborativo los estudiantes se reunirán en grupos de dos; la docente podrá hacerlo de manera aleatoria realizando la siguiente actividad: sobre el escritorio deberá colocar 20 triángulos según la clasificación (teniendo en cuenta que deben ir en par diferenciándolos por colores) elaborados en papel origami, los estudiantes deberán acercarse al escritorio y tomar un triángulo, luego deberán buscar el otro idéntico entre sus compañeros.

El propósito de esta actividad es que a partir de los conocimientos adquiridos respecto a los triángulos y los nuevos conocimientos de esta sesión, crear diseños con ayuda del software Cabri II, de tal manera que se cumpla con las expectativas de Luis José y de la rectora, así los estudiantes de quinto grado presenten una excelente propuesta con todos los requerimientos y poder ayudar a los niños Wayuu.

En esta fase el docente haciendo uso del video beam, presentará en diapositiva la siguiente información:

#### Actividad 1.

En el archivo que tienen en su computador, hay varios tipos de triángulos, también contiene las mochilas diseñadas por los Wayuu, según lo trabajado en la sesiones anteriores, identifica características particulares en ellos a partir de la observación, puedes mover, arrastrar, hacer uso del icono de medidas; responde las preguntas expuestas a continuación, todo esto será de gran ayuda para crear otros diseños de mochilas, de tal manera que se tengan diversos diseños y las ventas aumenten durante la “Semana de la artesanía guajira” (Tiempo 40 minutos)



Fuente: Elaboración propia

¿Qué clases de triángulos puedes identificar en la imagen?

¿Cómo puedes unir todos esos triángulos de tal manera que resulte un diseño nuevo para una mochila?

Cuando los estudiantes estén desarrollando la actividad, la docente observará acercándose a los puestos de trabajo, escuchando las decisiones que toman, la manera de interactuar entre ellos, la actitud para el desarrollo de la actividad, el manejo del computador y por ende el del software, así mismo, atenderá inquietudes de los estudiantes que lo requieran y motivará constantemente a continuar ayudando a la propuesta del gobierno para mejorar el bienestar de los niños wayuu y sus familias.

Finalizado el tiempo, el docente realizará un recorrido por el curso y observará los diferentes grupos, si evidencia que el 80% terminó, concederá 10 minutos más para que el otro 20% culmine y les solicitará al resto revisar sus respuestas. Al culminar este tiempo, cada pareja realizará la socialización haciendo uso del video beam, el docente no emitirá ningún juicio, será un espectador de la actividad, permitiendo que sean los estudiantes los que lleguen a las respuestas correctas, la docente deberá mantener el orden realizando control en las diferentes intervenciones; cuando todos los grupos hayan realizado sus aportes, llegado a respuestas unificadas, el docente

proyectará todas las respuestas, en caso de que se encuentren respuestas o argumentos erróneos, a partir de este el docente deberá realizar una retroalimentación. Retomando las expresiones erróneas y sugiriendo a los demás estudiantes preguntas como: ¿Qué piensan de lo dicho por el grupo...? Al observar lo realizado en su equipo ¿Qué recomendaciones les harían a los integrantes del grupo...? ¿Cómo se puede mejorar lo dicho por el grupo...? ¿Cómo dirían lo del grupo... sin errores?

(Tiempo de la socialización 20 minutos)

#### Actividad 2.

Luis José encontró que dos de las tejedoras Wayuu (Ana y Daniela), viven en rancherías diferentes separadas por parte del desierto guajiro, ellos todos los días se citan en el punto medio del camino recto que une las dos rancherías, y pasean por otro camino que se encuentra a la misma distancia de las dos rancherías, allí comparten diseños de mochilas y crean otros.

- c) Realiza un diseño en CABRI que represente la situación.
- d) Desplace los puntos que representan las rancherías y ¿se modifica la construcción?

Durante el desarrollo de esta actividad la docente pasará por los puestos y observará las fortalezas y debilidades de los estudiantes en la búsqueda de estrategias de solución, en caso de que presenten dificultades se les realizará las siguientes preguntas ¿Cómo representamos el camino por el cual pasea la pareja?, ¿Cómo se comprueba que se encuentran siempre a la misma distancia?

#### Actividad 3

Con las siguientes medidas procede a construir un triángulo 6cm, 8cm y 14cm y luego háganlo con 6cm, 4cm, y 3cm, los cuales necesita Luis José para entregarlos a las tejedoras y realizar un pedido de mochilas que le solicitaron.

¿Qué ocurre cuando intentas construir el triángulo con las medidas suministradas?

¿Cómo puedes construir el triángulo?

¿Que tienen esas medidas que no tienen las medidas iniciales?

#### Actividad 4



Sumen las longitudes de dos lados cualquiera de uno de los triángulos y compárenla con la longitud del tercer lado.

¿Cuál es mayor?

¿Se cumple esta relación para todos los triángulos? Compruébenlo.

Sumen ahora los ángulos internos de uno de los triángulos y compárenlo con la suma interna de los ángulos del segundo triángulo.

¿Se cumplirá para todos los triángulos? Compruébenlo.

¿Si modificamos el triángulo, la suma de los ángulos internos resultará igual?

Luego dibuje un triángulo utilizando para los lados tres segmentos (escoja usted las medidas), frente al anterior triángulo construya otro triángulo cuyos lados tengan la misma medida que el anterior, para ello utilice la herramienta compás, cuando terminen, intenten desplazar los vértices de estos dos triángulos. Explique lo que sucede.

Cando los estudiantes estén realizando las actividades 3 y 4, la docente pasará por cada uno de los puestos, observando nuevamente las fortalezas y debilidades de los estudiantes, estará atenta a la posible formulación de conjeturas para poder resolver el problema, en caso de que observe hay parejas que en la actividad 3 hay dificultades para construir el triángulo con las medidas estipuladas se les preguntará ¿qué puedes hacer para construirlo?, si es necesario el docente realizará otras preguntas orientadoras de tal manera que proporcionen ideas a los estudiantes para poder realizar las construcciones requeridas.

Si modificamos los triángulos ¿la suma de los ángulos internos resultará igual?

Cumplido el tiempo de la actividad, la socialización se realizará haciendo uso del video beam, tal manera que todos los grupos participen presentando las decisiones tomadas por el grupo y las respectivas construcciones, para agilizar esta parte se solicitará que cada grupo socialice una de cada actividad y los otros estudiantes expresen sus opiniones., el docente debe propiciar un ambiente donde todos grupo hagan parte de la socialización.

Una vez socializada las actividades y validadas las opiniones de los estudiantes, se procede a formalizar los saberes a partir de las conclusiones de los estudiantes, haciendo énfasis en sus propias opiniones así:

Como los estudiantes realizaron construcciones a prueba de ensayo y error, sin percatarse de la relación entre las medidas de dos lados

con respecto al tercero, para formalizar esta propiedad y retomando la actividad se procederá así:

Según sus aportes en la actividad 3, donde tuvieron que alterar no de los lados porque no fue posible construir el triángulo con las medidas planteadas tenemos

Propiedad 1: Las longitudes de los lados de un triángulo no pueden ser cualquiera. Para que pueda construirse un triángulo, la longitud de cada lado tiene que ser menor que la suma de los otros dos lados o, que es lo mismo:

“cada lado debe ser mayor menor que la diferencia de los otros dos”

Propiedad 2: Un triángulo tiene tres ángulos, cumpliéndose siempre que:

“la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180 grados”

Propiedad 3: Los tres lados de un triángulo son iguales si y solo si los tres ángulos lo son.

Para terminar se les realizará una pregunta a los estudiantes:

¿Con todo lo visto sobre los triángulos, como puedes ayudar a la rectora a presentarle nuevos diseños de mochilas al gobierno, para que la variedad sea mayor y se puedan vender en gran cantidad, de tal manera que todos esos recursos sean entregados a los ayudar para mejorar sus condiciones de vida?

Se le dará la oportunidad a cada estudiante de expresar su opinión, al final el docente realizará una retroalimentación del proceso educativo, como se describe en la guía de trabajo de la evaluación.

Para que los estudiantes tengan la oportunidad de continuar aprendiendo sobre los triángulos y su construcción, la docente plantea un compromiso que deberán resolver en casa, para ello se hará entrega de una guía con ejercicios y situaciones problemas en donde deben plantear un procedimiento para poder resolverlas, aplicando los conocimientos adquiridos durante las tres sesiones.

Descripción de la guía:

1. Realizar un diseño de una mochila en el software Cabri II plus con solo triángulos, procura que en el diseño se encuentren las diferentes clases de triángulos según los lados y los ángulos.
2. Se tienen los siguientes triángulos, identifica para cada uno, los vértices, los ángulos y los lados.



La docente agradecerá a todos los estudiantes por la disposición, compromiso y atención a las diversas actividades programadas.

Evaluación: debe ser contemplada desde dos perspectivas, a saber, la del desempeño del alumno en el uso del programa y la evolución en los procesos de comprensión, análisis, interacción y aplicación de este conocimiento en la solución de problemas. Es de notar que la evaluación se debe realizar en cada una de las actividades propuestas, proporcionando al alumno la oportunidad de participar activamente en el logro del objetivo propuesto para la sesión. Por consiguiente, en la retroalimentación de los conocimientos adquiridos sobre las propiedades de los triángulos, se aplica una guía de trabajo a manera de prueba; cuyo objetivo se basa en reforzar conceptos y propiedades de todo triángulo a través de la visualización de los mismos en CABRI; la cual se presenta a continuación:

Reproduzca en CABRI la figura que aparece a continuación:



Fuente: elaboración propia

- ¿Cuántos triángulos tiene la figura? —
- Mida los ángulos internos de por lo menos dos de los triángulos encontrados. Escríbalas.
- Sume la medida de los tres ángulos internos de cada triángulo.

d) Establezca la relación que se proporciona entre estos ángulos internos y escriba la propiedad que se cumple:

2. Arrastre cualquier punto de los vértices del polígono. Describa lo que sucede:

3. Construya triángulos: equiláteros, isósceles y escálenos, mida sus lados y escriba las medidas de tres diferentes de ellos.

4. Sume dos cualesquiera de sus lados y compare esta medida con el tercer lado.

5. Escriba la propiedad que se cumple para los lados de cualquier triángulo.

<b>Evaluación</b>				
<b>Proceso Evaluados</b>	<b>Criterios de evaluación</b>			
	<b>Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño</b>			
	<b>Nivel I</b>	<b>Nivel II</b>	<b>Nivel III</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Conceptual	Realizo las acciones que se piden en las diferentes actividades	Identifico comparaciones entre la situación y conocimientos previos	Identifican un triángulo de acuerdo con sus propiedades en una composición de figuras	35
Procedimental	Propongo estrategias para la resolución de la situación	Desarrolla la habilidad de construcción de definiciones como forma de integrar y caracterizar el conocimiento, estableciendo el juicio de validez.	Establezco estrategias para la resolución de la situación	35

